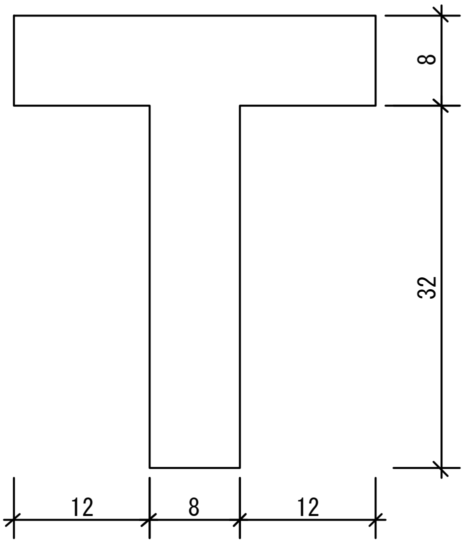
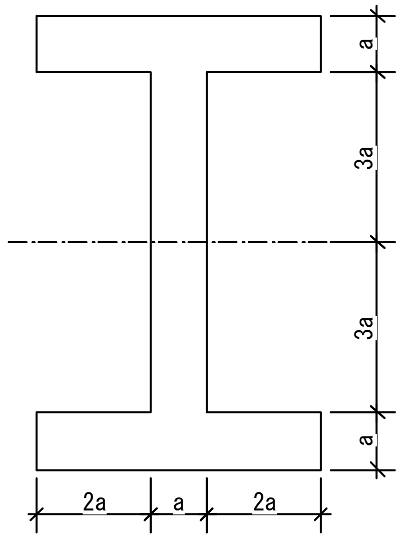
（1）断面の性質

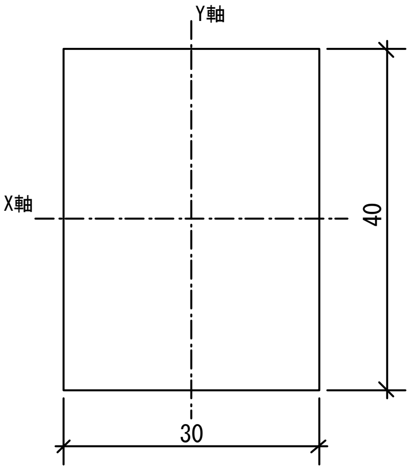
問1　以下の断面の「図心」の位置を求めよ。（H6 改）



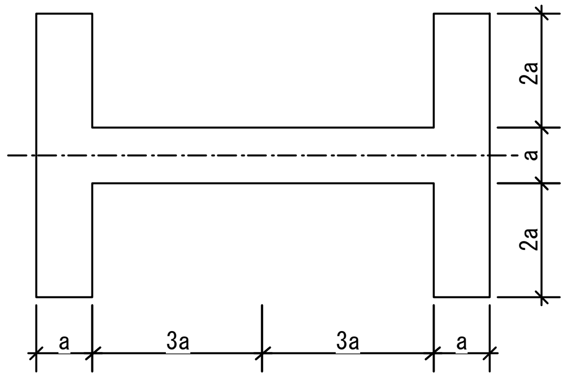
問4　以下の断面の示された軸における「断面 2 次モーメント」「断面係数」をそれぞれ求めよ。（H9 改）



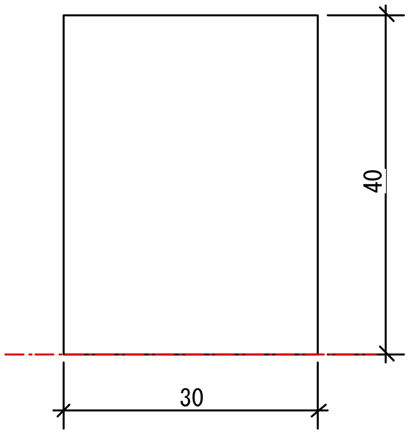
問2　以下の断面のX・Y軸それぞれにおける「断面 2 次モーメント」「断面係数」をそれぞれ求めよ。



問5　以下の断面の示された軸における「断面 2 次モーメント」「断面係数」をそれぞれ求めよ。

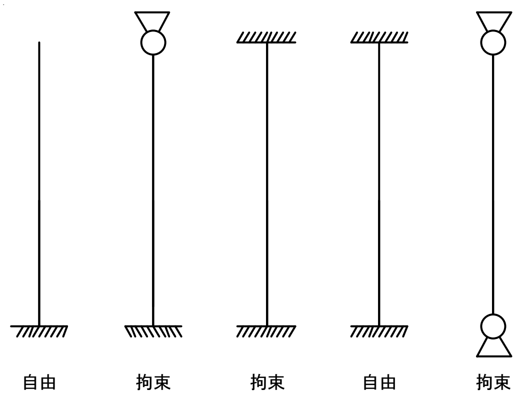


問3　以下の断面の底部における「断面 2 次モーメント」を求めよ。

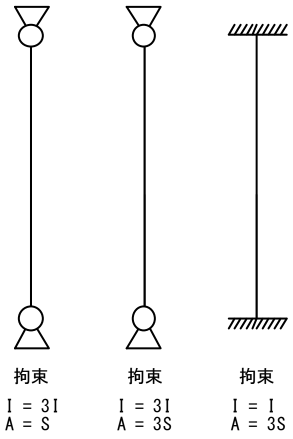


（2）座屈

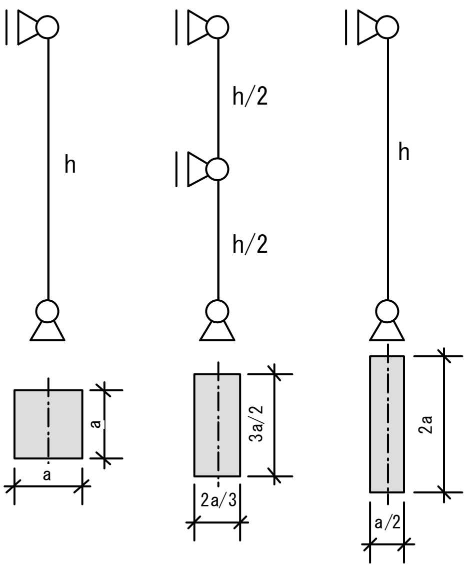
問6　以下の各柱における「座屈長さ」の理論値を求めよ。ただし、上端の支持条件は以下に示すものとする。（H8）



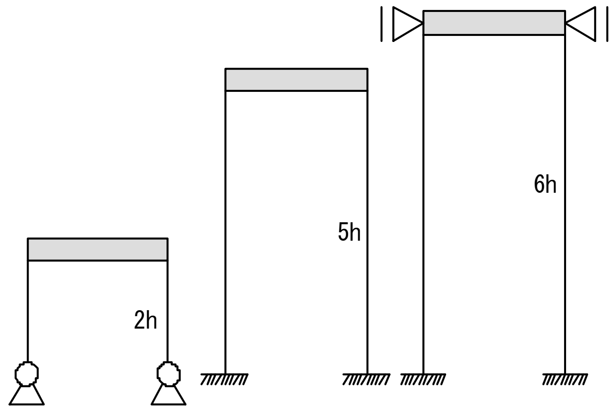
問7 以下の各柱における「座屈荷重」を求めよ。ただし、上端の支持条件、各部材の断面形状等を以下に示すものとする(I…断面 2 次モーメント、A…断面積)。また各部材の長さをｈ、ヤング係数は共通でEとする。(H9)



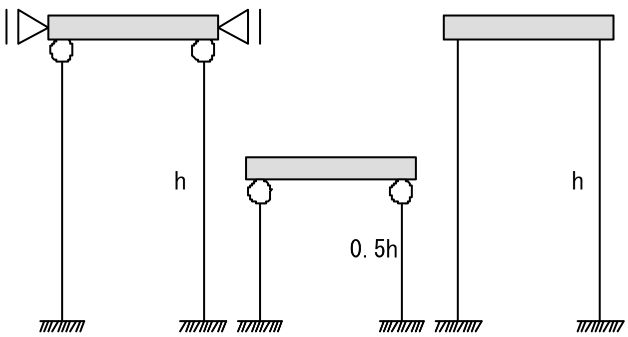
問8 以下の各柱における「座屈荷重」を求めよ。ただし、上端の支持条件、各部材の断面形状等を以下に示すものとする。また、ヤング係数は共通でEとする。(H6)



問9 以下の各柱における「座屈荷重」を求めよ。ただし、各部材は等質・等断面で、断面 2 次モーメントをI、ヤング係数をEとする。(H4)



問10以下の各柱における「座屈荷重」を求めよ。ただし、各部材は等質・等断面で、断面 2 次モーメントをI、ヤング係数をEとする。(H13)

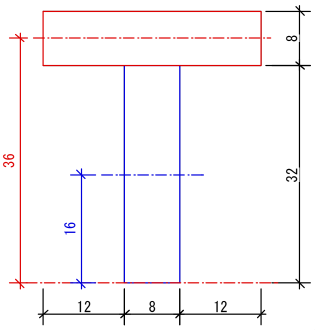


解答

(1) 断面の性質

問 1：対象軸を決定の後、断面を分割して考えましょう

底面を基準軸とし、右図のように赤(A)・青(B)の部分に分割



青部分の断面 1 次モーメントは

$$S_A = A_A \times y_A$$
$$S_A = (32 \times 8) \times 16$$

↑このまま放置(計算しない)

赤部分の断面 1 次モーメントは

$$S_B = A_B \times y_B$$
$$S_B = (8 \times 32) \times 36$$

←上に同じ

そのまんま、公式に代入

$$y = \frac{S_A + S_B}{A_A + A_B}$$
$$y = \frac{(32 \times 8) \times 16 + (8 \times 32) \times 36}{(8 \times 32) + (32 \times 8)}$$
$$y = \frac{(32 \times 8)(16 + 36)}{(32 \times 8) \times 2}$$
$$y = \frac{16 + 36}{2}$$
$$y = 26$$

↑安易に計算をしないで通分を心がけると計算が楽！

問 2：軸が交わっている方を 3 乗ね

X 軸の断面 2 次モーメント・断面係数

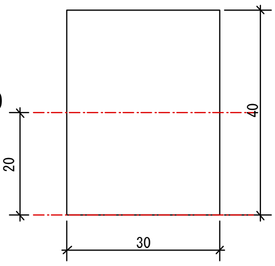
$$I_X = \frac{30 \times 40 \times 40 \times 40}{12}$$
$$I_X = 160000$$
$$Z_X = 8000$$

Y 軸の断面 2 次モーメント・断面係数

$$I_Y = \frac{40 \times 30 \times 30 \times 30}{12}$$
$$I_Y = 90000$$
$$Z_Y = 6000$$

問 3：軸が図心からずれると断面 2 次モーメントは増加しますね

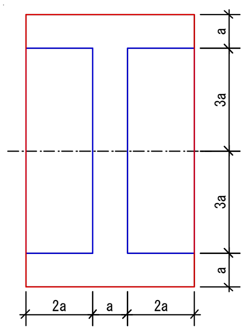
$$I = I_X + A \times y^2$$
$$I = 160000 + 40 \times 30 \times 20 \times 20$$
$$I = 640000$$



問 4：複雑な断面は分割し考える(分割図形の軸は揃えてね！)

赤(A)と青(B)に分割

赤部分から青部分を引くと全体の断面 2 次モーメントが求められる



断面 2 次モーメントを求める

$$I = I_A - I_B \times 2$$

$$I_A = \frac{5a \times 8a \times 8a \times 8a}{12}$$
$$I_A = \frac{640}{3} a^4$$

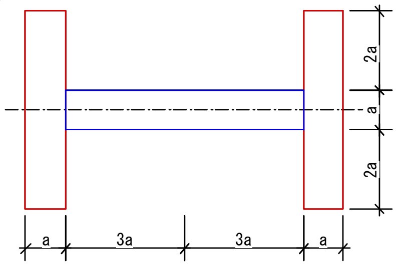
$$I_B = \frac{2a \times 6a \times 6a \times 6a}{12}$$
$$I_B = 36 a^4$$

$$I = \frac{640}{3} a^4 - 36 a^4 \times 2$$
$$I = \frac{424}{3} a^4$$

断面係数を求める

$$Z = \frac{I}{y/2}$$
$$Z = \frac{424}{3} a^4 \times \frac{2}{8a}$$
$$Z = \frac{106}{3} a^3$$

問 5:軸が変わると分割方法も変化しますよ



赤(A)と青(B)に分割

(今度は足し算)

断面 2 次モーメントを求める

$$I = I_A \times 2 + I_B$$

$$I_A = \frac{a \times 5a \times 5a \times 5a}{12}$$

$$I_A = \frac{125}{12}a^4$$

$$I_B = \frac{6a \times a \times a \times a}{12}$$

$$I_B = \frac{1}{2}a^4$$

$$I = \frac{125}{12}a^4 \times 2 + \frac{1}{2}a^4$$

$$I = \frac{64}{3}a^4$$

断面係数を求める

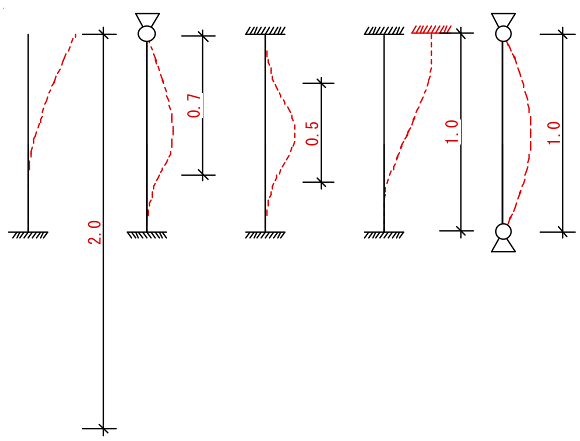
$$Z = \frac{I}{y/2}$$

$$Z = \frac{64}{3}a^4 \times \frac{2}{5a}$$

$$Z = \frac{128}{15}a^3$$

(2) 座屈

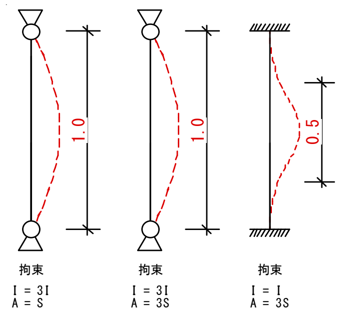
問 6:実際に座屈する様子を記入すると分かりやすいと思います



問 7:ヒッカケ問題です…断面積は関係ないですね

左よりA、B、Cとする

$$N_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$ より



$$N_{kA} = \frac{\pi^2 E 3I}{(h \times 1)^2} = \frac{3\pi^2 EI}{h^2}$$

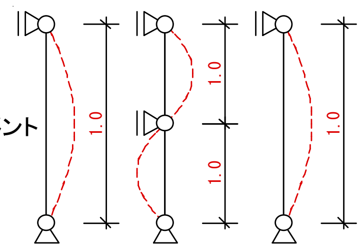
$$N_{kB} = \frac{\pi^2 E 3I}{(h \times 1)^2} = \frac{3\pi^2 EI}{h^2}$$

$$N_{kC} = \frac{\pi^2 EI}{(h \times 0.5)^2} = \frac{4\pi^2 EI}{h^2}$$

問 8:真ん中の柱は部材が 2 つあると考えて、弱い方(今回は 2 つとも同じですが…)の弾性座屈荷重のみを求めます

左よりA、B、Cとする

それぞれの断面 2 次モーメントを求める



$$I_A = \frac{a \times a \times a \times a}{12} = \frac{1}{12}a^4$$

$$I_B = \frac{3/2\, a \times 2/3\, a \times 2/3\, a \times 2/3\, a}{12} = \frac{1}{27}a^4$$

$$I_C = \frac{2a \times 1/2\, a \times 1/2\, a \times 1/2\, a}{12} = \frac{1}{48}a^4$$

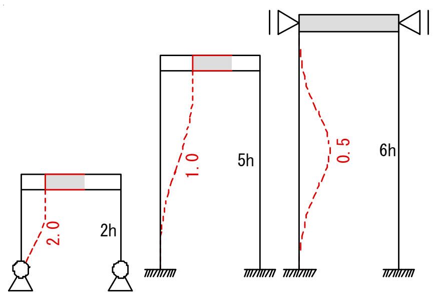
弾性座屈荷重を求める

$$N_{kA} = \frac{\pi^2 E\, 1/12\, a^4}{(h \times 1)^2} = \frac{1}{12}\,\frac{\pi^2 Ea^4}{h^2}$$

$$N_{kB} = \frac{\pi^2 E\, 1/27\, a^4}{(1/2\, h \times 1)^2} = \frac{4}{27}\,\frac{\pi^2 Ea^4}{h^2}$$

$$N_{kC} = \frac{\pi^2\, 1/48\, Ea^4}{(h \times 1)^2} = \frac{1}{48}\,\frac{\pi^2 Ea^4}{h^2}$$

問 9：ラーメン（柱+梁）でも基本は一緒です

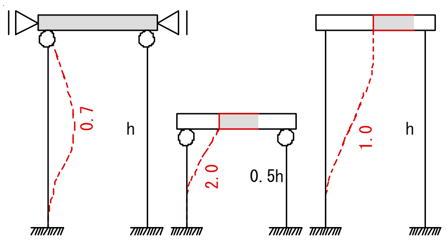


$$N_{kA} = \frac{\pi^2 EI}{(2h \times 2)^2} = \frac{1}{16}\frac{\pi^2 EI}{h^2}$$

$$N_{kB} = \frac{\pi^2 EI}{(5h \times 1)^2} = \frac{1}{25}\frac{\pi^2 EI}{h^2}$$

$$N_{kC} = \frac{\pi^2 EI}{(6h \times 0.5)^2} = \frac{1}{9}\frac{\pi^2 EI}{h^2}$$

問 10：上記問 10 に同じ…



$$N_{kA} = \frac{\pi^2 EI}{(h \times 0.7)^2} = \frac{1}{0.49}\frac{\pi^2 EI}{h^2}$$

$$N_{kB} = \frac{\pi^2 EI}{(0.5h \times 2)^2} = \frac{1}{1}\frac{\pi^2 EI}{h^2}$$

$$N_{kC} = \frac{\pi^2 EI}{(h \times 1)^2} = \frac{1}{1}\frac{\pi^2 EI}{h^2}$$