

【本日の目標 2】

- (1) 振動 ← 「固有周期」を求める事が出来る
 - ・平成 3、8、13、16、19、23 年：固有周期の大きさを比較せよ（H13・16 は応答加速度まで）
- (2) 力の種類 ← 「モーメント」「集中荷重」「モーメント荷重」「荷重の分力」を理解できる
- (3) 力の釣り合い ← 力の釣り合いより「未知力の算定」ができる
- (4) 判別 ← 構造体の「判別」が出来る
 - ・平成 15、20 年：静定構造物はどれか
- (5) 支点の反力 ← 「支点の反力」を求める事が出来る
- (6) 梁・ラーメンの応力 ← 「応力」を求める事が出来る
 - ・平成 10、14、19、20 年：任意の点における曲げモーメントを求めよ
 - ・平成 10 年：曲げモーメント図より軸方向力を求めよ
 - ・平成 11、12、13、17 年：任意の点に曲げモーメントが生じないための荷重の比を求めよ（片持ちばり）
 - ・平成 15 年：各部材の軸方向力を求めよ
 - ・
- (7) 3 ヒンジラーメンの応力 ← 「3 ヒンジラーメンの応力」を求める事が出来る
 - ・平成 14、21、22 年：任意の点における曲げモーメントを求めよ
 - ・平成 18 年：せん断力が 0 となる位置を求めよ

1.1.4 振動：P10

(B) 固有周期

- 固有周期：建築物に荷重（地震・風・交通振動等）がかかった際に生じる建物自身の往復運動

- (b) 一質点振動系の固有周期：構造体にかかる荷重と剛性より求める、構造体が最も揺れやすい周期（モードとも言う）

$$\square T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad m \cdots \text{質量 (自重)}, K \cdots \text{剛性} \quad \text{また}, K = \frac{3EI}{L^3}$$

$$\text{まとめると} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m \times L^3}{3EI}}$$

1.1.5 地震応答スペクトル：P11

- 建物の固有周期により応答スペクトルが変化するので注意
- 減衰：減衰定数が大きいと外力が停止した後の振動をより早く抑制できる
- 応答せん断力：力（せん断力含む） = 質量 × 加速度
- $Q = m \times \alpha$ $m \cdots \text{質量 (自重)}, \alpha \cdots \text{加速度}$

固有周期

例題 6 固有周期を求めよ。(H3、8、13、16、19)

《過去問 06》 図のような頂部に集中荷重を持つ丸棒A、B、Cにおける固有周期 T_A 、 T_B 、 T_C の大小関係として正しいものは次のうちどれか。ただし、3本の棒はすべて等質とし、棒の質量は無視する。

なお、棒のバネ定数は $\frac{3EI}{L^3}$ である (L :棒の長さ、 E :ヤング係数、 I :断面2次モーメント)。(H19)

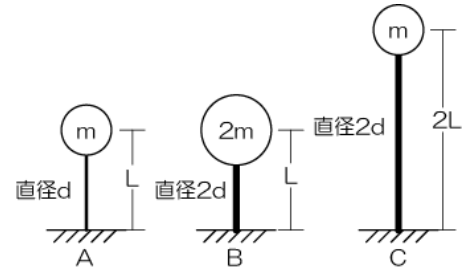
【解法】

※ 固有周期

1) 剛性及び質量より固有周期を求める (以下公式参照)

★:バネ定数は剛性と同じです

$$\square T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad m \cdots \text{質量 (自重)}, K \cdots \text{剛性 (また } K = \frac{3EI}{L^3} \text{ バネ定数)}$$



【難解問題】

※ 固有周期及び応答せん断力を求めよ

1) 質点系より相応する応答加速度をよみとる ★:グラフで表記されています

2) 応答加速度と質量より応答せん断力を求める (以下公式参照)

$$\square Q = m \times \alpha \quad m \cdots \text{質量 (自重)}, \alpha \cdots \text{加速度}$$

1.2.1 力の釣り合い: P27

(A) 力・偶力・モーメント

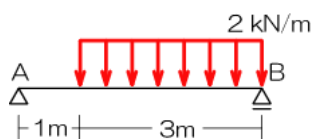
➤ **モーメント**

【重要事項!】 距離が重要!必ず力の作用線を図示し問題中に距離を記入

$$\square \text{モーメント: } M = P \times l \quad \text{モーメント} = \text{力} \times \text{距離、距離の定義に注目}$$

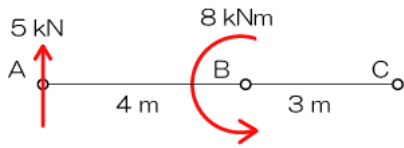
➤ **分布荷重**

【重要事項!】 分布荷重は集中荷重へ変換



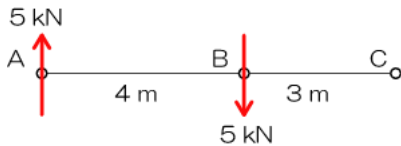
➤ モーメント荷重

『重要事項!』 モーメント荷重は全ての点において、等しいモーメントの影響を与える



➤ 偶力のモーメント

『重要事項!』 偶力：作用線が並行で力の大きさが等しく、真逆な一对の力のこと（全ての点でのモーメントが等しくなる）

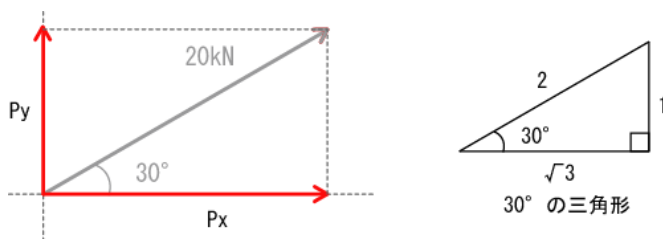


(B) 力の合成・分解

➤ 力の分解・合成

『重要事項!』 斜めの力が出てきたら必ず縦・横に分解すること！ちっこい三角形を書いておきましょう！

□ 斜めの力の分解と相似・三角比：辺の比より力を分解



$$\text{縦の分力} = \text{斜めの荷重} \times \frac{\text{ちっこい三角形の縦の長さ}}{\text{ちっこい三角形の斜めの長さ}}$$

$$\text{横の分力} = \text{斜めの荷重} \times \frac{\text{ちっこい三角形の横の長さ}}{\text{ちっこい三角形の斜めの長さ}}$$

(C) 力の釣合い

『重要事項!』 釣合いの3条件の理解は必須! 未知の力を求めたかったら邪
魔な力(他の未知力)を消す工夫を(モーメントね)!

【解法】 力の釣り合い条件(方程式を立てて未知力を求めます)

- 1) 任意の点におけるモーメントの合計が0 $M_0 = 0$
- 2) 鉛直(縦)方向の力の合計が0 $\sum y = 0$
- 3) 水平(横)方向の力の合計が0 $\sum x = 0$

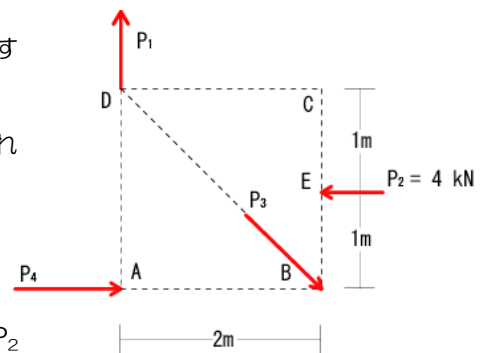
※ 最も使える項目は1)のモーメントです(って、反力の項目でもそうですが
先ずはモーメントに注目!)

※ 方程式の中に未知力一つが残るようにすることが解法のコツですね(次ペー
ジ参照)

求めたい未知力を確認 → それ以外の未知力の作用線が交わっている点を探す
→ その点のモーメントに注目
↑何でそれ以外の力の交点? → 作用線上はモーメントが0となり、「それ
以外の未知力」を方程式から排除できるからです

簡単に言ってしまうと↓こんな感じ

P_1 、 P_2 、 P_3 の3つの未知力があつた場合 → P_1 を求めたかったら → P_2
と P_3 の交点に注目! って事(P_2 だったら? シツコイ?)



1.2.2 骨組：P29

(A) 骨組み

➤ 支点と節点

- 支点：構造体を支える点、種類は3つ、部材にかかった力により反力が発生
- 節点：各部材が接合されている点、種類は2つ（ピン節点・剛節点）、部材に生じた応力を伝搬

(B) 支点

□ **支点と反力**：各種支点により生じる反力が異なる

支点種類	移動			反力		
	鉛直	水平	回転	鉛直	水平	回転
ローラー支点						
ピン支点						
固定支点						

➤ 支点の**反力**の求め方

- 1) 各支点における「生じる可能性のある」反力を図示
- 2) 任意の支点（ピン支点がお勧め）の曲げモーメント $\sum M_x = 0$
- 3) 鉛直方向の力の釣り合い $\sum Y = 0$
- 4) 水平方向の力の釣り合い $\sum X = 0$

支点の反力

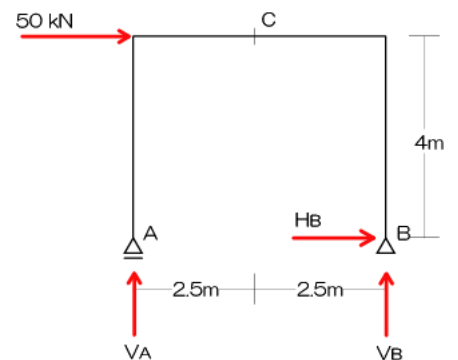
例題 支点の反力

※ 反力 ★：反力のみを求める問題はありません（簡単すぎるので…）、以降の応力で必要になります

◀ **例題** ▶ 右の構造体の反力を求めよ。

【解法】

- 1) 反力を図示
- 2) 任意の支点（ピン支点がお勧め）の曲げモーメント $\sum M_x = 0$
- 3) 鉛直方向の力の釣り合い $\sum Y = 0$
- 4) 水平方向の力の釣り合い $\sum X = 0$



(C) 安定・静定

- 構造物の判別：「安定」or「不安定」、安定のものは「静定」or「不静定」に分類されます
- 安定・不安定：不安定な構造体は「わずかな力で倒壊」
- 静定・不静定：静定構造物は「力の釣合い式のみ」で反力を求めることができる、不静定は…反力の数が多いので釣合い式のみでは算定不可能…（変形の知識を使用します）

構造物	安定	静定（釣合い式のみで反力算定可）
		不静定（変形等の条件を加味し反力算定）
	不安定（わずかな力で倒壊・変形）	

➤ 判別式で判定可能

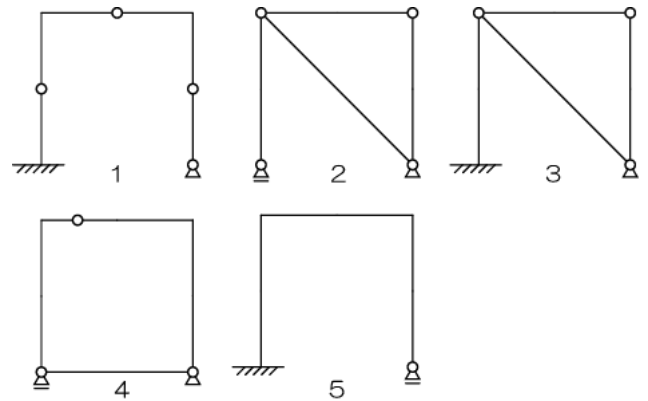
- **判別式**： $m = n + r + s - 2k$ $m > 0$ で不静定、 $m = 0$ で静定、 $m < 0$ で不安定
 n …反力数、 r …部材数、 s …剛接合部材数（※）、 k …支点・節点の総数

判別

例題 7 各構造体の「安定」「不安定」「静定」「不静定」を判別せよ。（H3、15、20）

※ 判別 ★：判別式に各値を代入し判定

◀過去問 07▶ 以下の架構のうち、静定構造物はどれか。（H20）



【解法】

- 1) 反力数 (n) を求める
- 2) 部材数 (r) を求める
- 3) 剛接合部材数 (s) を求める
- ★：複数の部材が剛接合されている点は注意ですよー！
- 4) 支点・節点の総数 (k) を求める
- 5) 上記を公式に代入し判別

- $m = n + r + s - 2k$ $m > 0$ で不静定、 $m = 0$ で静定、 $m < 0$ で不安定

【難解問題】

※ 無し…

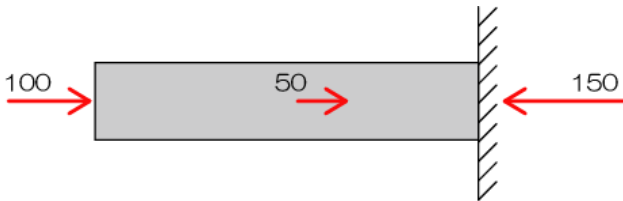
1.2.3 静定構造物の応力：P32

応力とは（小人さん論法その1）

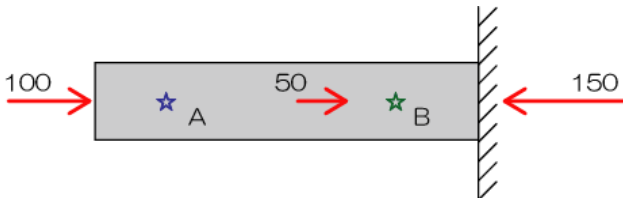
1) 100、50の荷重を受けている片持ち梁があります



2) このままでは力の釣り合いが取れていないので右端の支点到に反力 150 があるはず

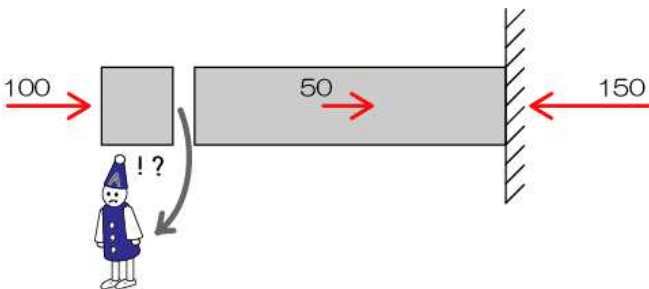


3) さて、ここで質問「以下のA点とB点ではどちらが“痛い”ですか？」材の中に小人さん（☆印）がいることを想定し、考えてみてください

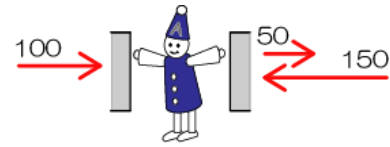


正解は皆さんのご想像の通りB点なのですが、そのままでは講義が成立しないのでちゃんと解説してみます

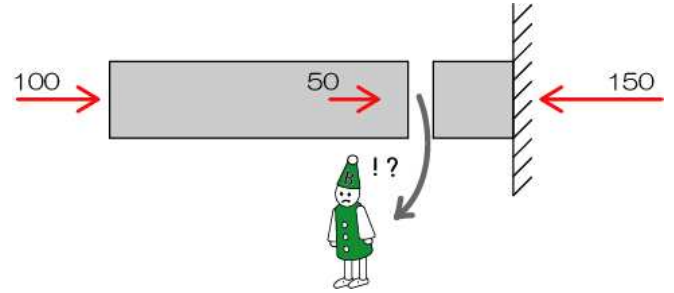
4) では、A点に隠れている小人さんに登場願しましょう（A点で構造体を切断します）



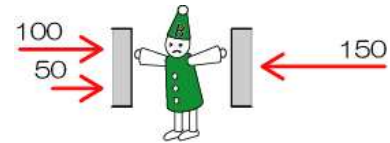
5) A点の小人さんは左側から100で押され、右側からも100で押されています（50で引られ、150で押されているのでその合計） → 「両側から100ずつで押されている」



6) 次はB点の小人さん登場



7) B点の小人さんは、左から150（100+50）、右側からも150で押されています → 「両側から150ずつで押されている」



8) 結果は…、Bの小人さんのほうが1.5倍“痛そう”です（小人さんの表情変えているんですが見えますか？笑）

「両側から100ずつで押されている」状態を軸方向力（圧縮）100、 $N = -100$ （圧縮がマイナスになります）と表記し、「両側から150ずつで押されている」状態を軸方向力（圧縮）150、 $N = -150$ と表記します

【ポイント】

- ※ 応力（応力度も）は小人さんの気持ちになって考えましょう
- ※ 応力は左右（もしくは上下）で必ず釣り合います（逆方向の力でね）
- ※ 実際の計算は片側だけで十分（どっちを計算しても答えは変わらないから）
- ※ したがって、応力を求める場合には**部材を切断**→**片側の力のみを計算対象**として応力を算定

(A) 応力の種類

➤ 応力とは

- 種類：軸方向力(N)・せん断(Q)・曲げモーメント(M)の三種類
- 応力のポイント：任意の点の応力は「必ず」その両側の力による応力が釣合う^{※1}

※1 応力を求める点で部材を切断し片側だけの力を対象とし計算

- 応力が変化する点：荷重のかかっている点・節点

➤ 応力の種類

□ 軸方向力 (N)

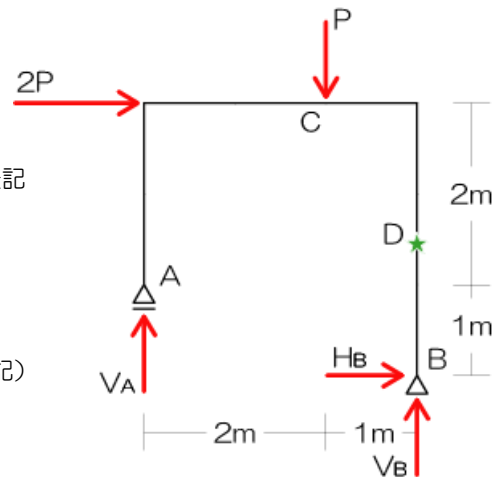
- 構造部材が潰されたり（圧縮）、引張られたりされた時の応力
- 対象となる力は部材に平行な力
- 唯一符号がつく：圧縮をマイナス（-）、引張をプラス（+）で表記

□ せん断力 (Q)

- 構造部材にはさみで切られるような力がかかった時の応力
- 対象となる力は部材に鉛直な力
- 符号はつかない（計算中は符号を考えるけど、最終的に絶対値表記）

□ 曲げモーメント

- 構造部材に曲げられるような回転の力がかかったときの応力
- 対象となる力は全ての力
- 符号はつかない（計算中は符号を考えるけど、最終的に絶対値表記）



(B) 静定梁の応力

➤ 任意の点の応力の求め方

- 1) 反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で部材を切断 ★「必ず」最初に切断から！！余計な計算を省けます！！
- 3) 計算対象側を決定（力の少ないほうを選択、支点が無い方はなお良し）
- 4) 対象となる力をチェック（反力が含まれる場合には、反力を求める）
- 5) 対象となるそれぞれの力による任意の点の応力を合算

➤ 静定梁の応力

- ピンとローラーにより支持されている「単純梁」と固定支点のみで支持される「片持ち梁」

□ 単純梁の応力

- 切断後の計算対象側に支点が入るので反力算定が必要

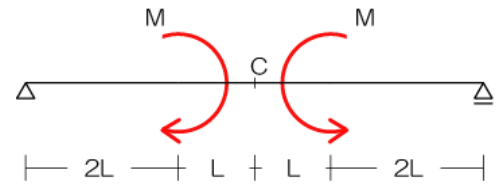
□ 片持ち梁の応力

- 任意の点で切断後、計算対象は支点が入らない方を選ぶこと

梁の応力

例題 8-1 梁の任意の点における応力を求めよ。(H3、10 (一部)、12、15 (一部)、19、20)

《過去問 08-1》 C点における曲げモーメントの大きさとして正しいものは次のうちどれか。(H20)



【解法】

- 1) 反力を図示
- 2) 応力を求めたい箇所を切断!
- 3) 計算対象側を決定 (今回はどちらを選んでも支点が入りますね…)
- 4) 対象となる力をチェック (支点の反力を求める必要あり)
- 5) 対象となるそれぞれの力による任意の点の応力を合算

『難解問題』

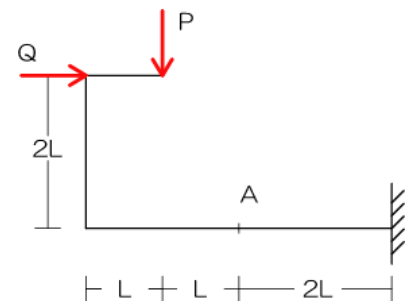
※ H19年の問題は梁ではないちょっと異形な架構ですね… (難解問題ではないかな?)

(C) 静定ラーメンの応力

ラーメンの応力

例題 8-2 ラーメンの任意の点における応力を求めよ。(4、11、13、17)

《過去問 08-2》 図のような荷重を受ける骨組みの A 点に、曲げモーメントが生じない場合の荷重 P と Q の比として、正しいものは次のうちどれか。(H17)



【解法】

- 1) 反力を図示
- 2) 応力を求めたい箇所を切断!
- 3) 計算対象側を決定 (支点が入らないほうを選択ですよ!)
- 4) 対象となる力をチェック
- 5) 対象となるそれぞれの力による任意の点の応力を合算

『難解問題』

※ 合成ラーメンには注意…

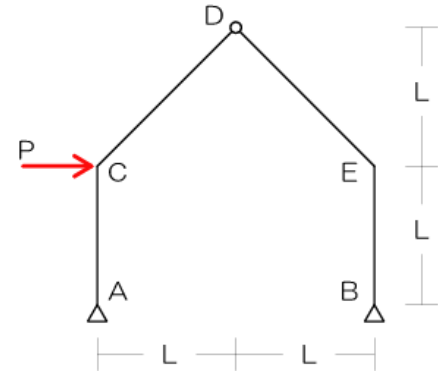
(D) 3 ヒンジラーメン

- 3 ヒンジラーメンとは：支点がピン×2、さらにピン節点を1つ有する
- 反力が4つなので、力の釣り合い三式のみでは求められない
- 「ヒンジでは曲げモーメントが0になる」を利用 ← ヒンジで構造体を切断、片側の力による曲げモーメントは0

3 ヒンジラーメンの応力

例題9 ラーメンの任意の点における応力を求めよ。(6、10、14、18、21、22)

《過去問9》 図のような荷重を受ける3ヒンジラーメンにおいて、C点における曲げモーメントの大きさとして、正しいものは次のうちどれか。(H22)



【解法】

- 1) 反力を図示
- 2) 応力を求めたい箇所を切断！
- 3) 計算対象側を決定
- 4) 対象となる力をチェック
- 5) 対象となるそれぞれの力による任意の点の応力を合算

『難解問題』

※ ある意味（単純なラーメンの問題では無いから）3ヒンジラーメン自体が難解問題と思われま