【本日の目標 4】

（1）　不静定構造物の反力　←　不静定構造物の「反力」を求めることができる

・平成 5、6、19 年：不静定構造物の反力を求めよ

（2）　水平荷重の分配　←　水平荷重を分配し、「各柱のせん断力」を求めることができる

・平成 3、12、15、16、23 年：水平荷重がかかっている場合の各柱のせん断力を求めよ

（3）　不静定ラーメンの応力　←　部材の各種応力を求めることができる

・平成 5、12、16、23 年：部材に生じる応力を求めよ

（4）　不静定ラーメンの応力図　←　正しい「曲げモーメント図」を選ぶ事ができる

・平成 6、19、22 年：正しい曲げモーメント図を選べ

（5）　層間変形　←　「層間変形」を求めることができる

・平成 3、7、11、13、21 年：各層の層間変形を求めよ

（6）　全塑性モーメント　←　任意の断面の「全塑性モーメント」を求めることができる

・平成4、11、13、22、24：全塑性状態の荷重の比を求めよ

・平成 21、23 年：全塑性の比、降伏開始曲げモーメントの比を求めよ

（7）　崩壊荷重　←　崩壊荷重を求めることができる

・平成 5、7、8、10、12、14、18、20、23：崩壊荷重を求めよ

・平成 4、9：崩壊の様子を示せ

（B）　不静定梁

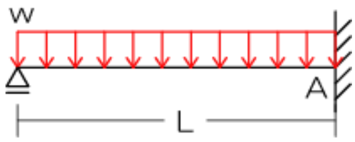
- 梁の変形条件による方法
  - 支点反力の 1 つを荷重に見立てて反力を算定

References　全日本建築士会編：合格対策 1 級建築士受験講座学科 Ⅲ、地人書館、201q

たわみを用いて反力を算定

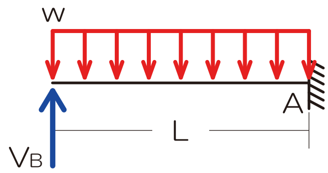
例題 14　不静定構造物の反力を求めよ。（H5【過去問 69】、6【過去問 70】、19≪過去問 14≫）

≪過去問 14≫　図のような等質等断面の片持ち梁に全長に渡って等分布荷重 w が作用している場合、A 点の鉛直反力の大きさとして正しいものは次のうちどれか。ただし、梁の自重は無視するものとする。（H19）



【解法】

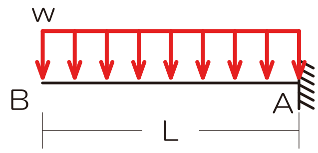
1）　支点の 1 つを荷重に見立てる（ローラーの鉛直反力がお勧め）



2）　荷重によるたわみを求める

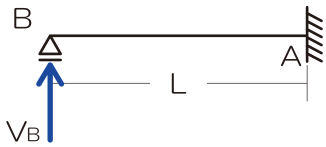
3）　荷重に見立てた反力によるたわみを求める

4）　支点は不動なので、2）と 3）がキャンセルされてたわみの合計が 0 になる



分布荷重がかかった場合の片持ち梁せん断部分のたわみは $\delta_B = \dfrac{wL^4}{8EI}$

集中荷重がかかった場合の片持ち梁せん断部分のたわみは $\delta_B' = \dfrac{V_B L^3}{3EI}$



A 点は元々は支点なのでたわみは生じない（打ち消しあう）

$$\delta_B = \delta_B'$$

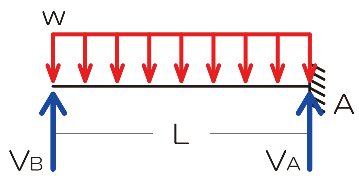
$$\frac{wL^4}{8EI} = \frac{V_B L^3}{3EI}$$

$$V_B = \frac{3}{8}wL$$

また、鉛直方向の力の釣り合いより

$$\sum Y = -wL + \frac{3}{8}wL + V_A$$

$$V_A = \frac{5}{8}wL$$



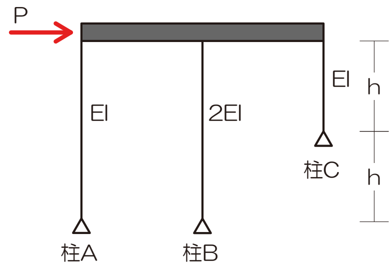
➢　水平力の分配

- 梁が剛体の場合、各柱の水平変位は「必ず」等しくなります
- 柱の水平変位の求め方：梁のたわみと同じです（縦と横の関係ですね）
- 固定+固定の場合：片持ち梁 2 本に相当、固定+ピンの場合：片持ち梁 1 本に相当

References　全日本建築士会編：合格対策 1 級建築士受験講座学科 Ⅲ、地人書館、201q

頂部水平変位（水平荷重の分配）　単層ラーメンの水平荷重の問題はコチラ、多層の場合は層間変形の問題になります

例題 15　ラーメンに水平荷重が作用している場合の各柱における水平力の分配比を求めよ。（H3【過去問 71】、12【過去問 72】、15【過去問 73】、16【過去問 74】、23≪過去問 15≫）



≪過去問 15≫　図のようなラーメンに水平荷重 P が作用する場合、柱 A、B、C に生じるせん断力をそれぞれ Q_A、Q_B、Q_C としたとき、せん断力 Q_A、Q_B、Q_C の比として正しいものは次のうちどれか。ただし、それぞれの柱は等質等断面の弾性部材で曲げ剛性は EI、または 2EI であり、梁は剛体とする。（H23）

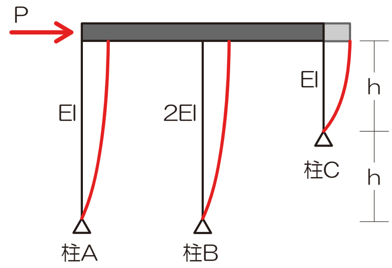
【解法】

1）　各柱の支持方法をチェック（「固定+固定」or「固定+ピン」）

2）　「固定+固定」の場合は、柱の中心で 2 等分し、2 本の片持ち梁として水平変位（梁のたわみ）を求める

3）　「固定+ピン」の場合は、柱全体が 1 本の片持ち梁であるとして水平変位を求める

4）　2)、3) は等しいことより水平荷重の分配比の算定が可能



それぞれの柱の頂部水平変位は $\delta = \dfrac{Pl^3}{3EI}$ より

$$\delta_A = \frac{Q_A \times (2h)^3}{3EI}$$

$$\delta_B = \frac{Q_B \times (2h)^3}{3 \times 2EI}$$

$$\delta_C = \frac{Q_C \times h^3}{3EI}$$

梁が剛体なので頂部の水平変位は等しいので

$$\delta_A = \delta_B = \delta_C$$

$$\frac{Q_A \times (2h)^3}{3EI} = \frac{Q_B \times (2h)^3}{3 \times 2EI} = \frac{Q_C \times h^3}{3EI}$$

$$8Q_A = 4Q_B = Q_C$$

$$Q_A = \frac{Q_B}{2} = \frac{Q_C}{8}$$

ゆえに

$$Q_A : Q_B : Q_C = 1 : 2 : 8$$

（C）　不静定ラーメン

□　材端モーメントとせん断力の関係

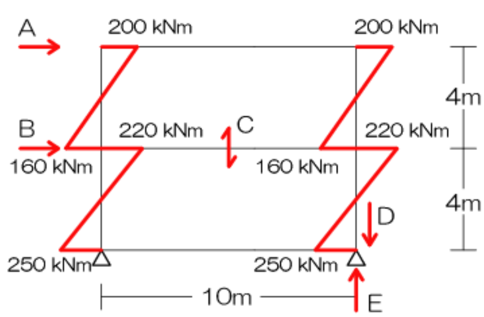
$$Q = -\frac{M_{AB}+M_{BA}}{l} \qquad M_{AB}, M_{BA} \cdots \text{材端曲げモーメント、} l \cdots \text{材長}$$

- ルート１：柱の曲げモーメント→柱のせん断力→水平荷重
- ルート２：柱の曲げモーメント→梁の曲げモーメント→梁のせん断力→柱の軸方向力→支点の鉛直反力
- 対象の部材より高所の荷重は、全て作用するので注意！

M図より応力・反力算定

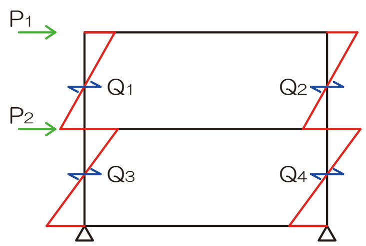
例題 16　曲げモーメント図より応力・反力を求めよ。（H5【過去問 75】、12【過去問 76】、16≪過去問 16≫、23【過去問 96】）

≪過去問 16≫　図はある二層構造物の各階に水平荷重が作用したときのラーメンの応力のうち、柱の曲げモーメントを示したものである。このとき、①2 階天井部分の水平荷重、②1 階天井部分の水平荷重、③1 階天井部分のせん断力、④1 階柱の軸方向力、⑤支点の鉛直反力、以上の値を求めよ。（H16）



【解法】

1)　柱両端の曲げモーメントより「柱のせん断力」を求める
2)　柱のせん断力より「水平荷重」を求める
3)　柱の曲げモーメントから「梁の曲げモーメント」を求める
4)　梁の曲げモーメントより「梁のせん断力」を求める
5)　梁のせん断力より「柱の軸方向力」を求める
6)　柱の軸方向力より「支点の反力」を求める



2 階柱のせん断力

$$Q_1 = \frac{200+160}{4} = 90[kN] = Q_2$$

1 階柱のせん断力

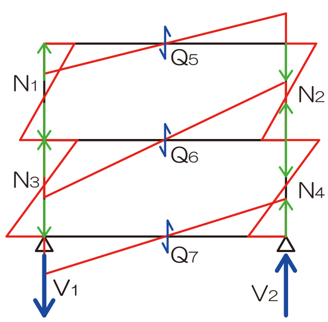
$$Q_3 = \frac{220+250}{4} = \frac{235}{2}[kN] = Q_4$$

水平荷重 P_1

$$Q_1 + Q_2 = P_1$$
$$P_1 = 180[kN]$$

水平荷重 P_{2v}

$$Q_3 + Q_4 = P_1 + P_2$$
$$P_2 = 235 - 180 = 55[kN]$$



2 階梁のせん断力

$$Q_5 = \frac{200+200}{10} = 40[kN]$$

1 階梁のせん断力

$$Q_5 = \frac{(160+220)+(160+220)}{10} = 76[kN]$$

基礎梁のせん断力

$$Q_7 = \frac{250+250}{10} = 50[kN]$$

2 階柱の軸方向力の絶対値は

$$N_1 = Q_5 = 50[kN] = N_2$$

1 階柱の軸方向力の絶対値は

$$N_3 = Q_5 + Q_6 = 116[kN] = N_4$$

鉛直反力は

$$V_1 = N_2 + N_4 = 166[kN]$$

References　全日本建築士会編：合格対策 1 級建築士受験講座学科 Ⅲ、地人書館、201q

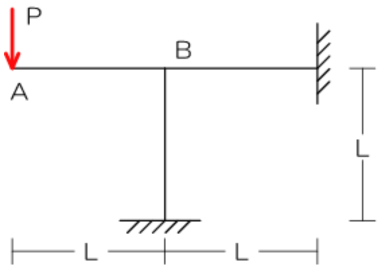
□　固定モーメント法

- 部材の剛比に比例してモーメントを分配
- 材端のモーメントの半分が固定端へ到達

固定モーメント法

例題 17　不静定構造物の応力図を示せ。（H6【過去問 77】、19≪過去問 17≫、22【過去問 78】）

≪過去問 17≫　図のような荷重Pを受けるラーメンの曲げモーメント図として正しいものは次のうちどれか。ただし、全ての部材は等質等断面とし、図のA点は自由端、B点は剛接合とする。また、曲げモーメント図は部材の引張側に書くものとする。（H19）



【解法】

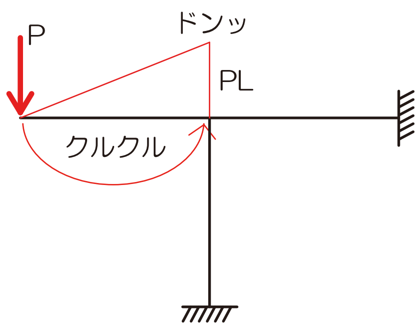
1）　剛節点に生じるモーメントを求める（開放モーメント）

2）　開放モーメントを部材の剛比で分配（分割モーメント）

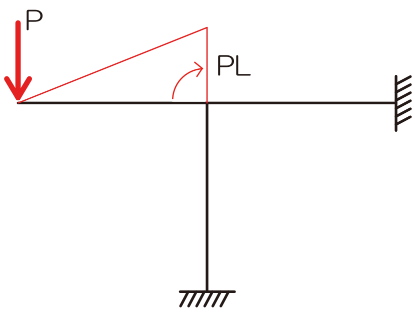
3）　分割モーメントの図示の向きは「クルクルして立ち上がる方」

4）　分割モーメントの「半分」を他端へおすそ分け（到達モーメント）

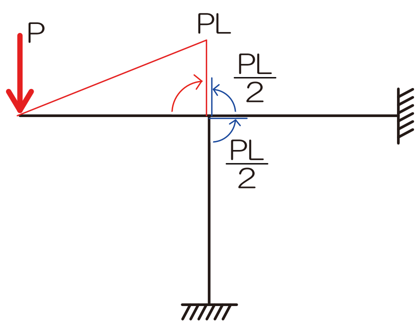
クルクルドン



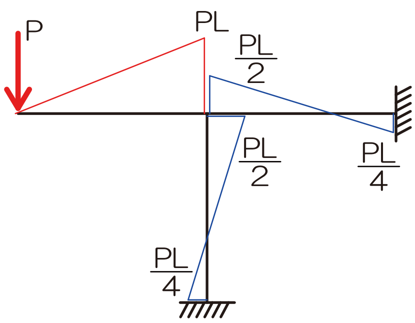
小さな風車チェック（時計回り）



等質等断面なので半分ずつ分担



固定支点へ半分おすそ分け



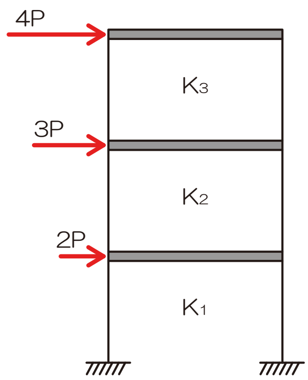
References　全日本建築士会編：合格対策 1 級建築士受験講座学科 Ⅲ、地人書館、201q

1.2.7　構造設計：P71

- 層間変形
  - 水平荷重を受けた時に生じる水平方向のずれ $\delta = \dfrac{P}{K}$　　P…水平荷重、 K…剛性
  - 層間変形を求めたい層以上の水平荷重は全部作用するから注意ね！

層間変形　単層ラーメンの場合（フロアの剛比Kが書かれていないなど）は水平力の分配へ

例題 18　多層構造物の層間変形を求めよ。（H3【過去問 79】、7【過去問 80】、11【過去問 81】、13【過去問 82】、21≪過去問 18≫）



≪過去問 18≫　図のような水平力が作用する三層構造において、各層の層間変形が等しくなるときの各層の水平剛性 K_1、K_2、K_3 の比として正しいものは次のうちどれか。ただし、梁は剛とし、柱の伸縮はないものとする。（H21）

【解法】

1）　各フロアへ作用する水平力を確認（対象層以上の水平力を合算）

2）　公式に代入！以上！

それぞれのフロアの層間変形（水平変位）を求める

$$\delta_3 = \frac{4P}{K_3}$$

$$\delta_2 = \frac{4P+3P}{K_2} = \frac{7P}{K_2}$$

$$\delta_1 = \frac{4P+3P+2P}{K_1} = \frac{9P}{K_1}$$

各フロアの水平変位は等しいので

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3$$

$$\frac{9P}{K_1} = \frac{7P}{K_2} = \frac{4P}{K_3}$$

したがって

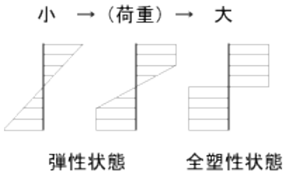
$$K_1 : K_2 : K_3 = 9:7:4$$

References　全日本建築士会編：合格対策１級建築士受験講座学科 Ⅲ、地人書館、201q

➢ 全塑性モーメント

- 全塑性モーメント→圧縮・引張が Max 状態、軸方向力+全塑性モーメントの問題
- ブロック解法を用いること！

□ 全塑性モーメント



- 塑性：非常に大きな荷重がかかり部材の変形がもう元に戻れない状態
- 弾性：変形がまだ元に戻れる状態
- 荷重の大きさと部材の状態：（荷重小）弾性→塑性→崩壊（荷重大）
- 全塑性：荷重が大きくなるにつれ応力分布が変化、圧縮・引張の分布が矩形になった時
- 全塑性モーメント：部材内の応力度分布が全塑性状態にあるときのモーメント

□ 全塑性モーメントの求め方　　【例】幅（x）せい（y）の梁の全塑性状態における応力を示す

References　全日本建築士会編：合格対策１級建築士受験講座学科 Ⅲ、地人書館、201q

全塑性モーメント

例題 19　全塑性モーメントを求めよ。（H4【過去問 83】、11【過去問 84】、13【過去問 85】、21【過去問 86】、22【過去問 87】、23【過去問 88】、24≪過去問 19≫）

≪過去問 19≫　図-1 のような底部で固定されたＨ形断面材の頂部の重心Ｇに鉛直荷重Ｐおよび水平荷重Ｑが作用している。底部 a-a 断面における垂直応力度分布が図-2 のような弾性状態に達している場合のＰとＱの組み合わせとして、正しいものは次のうちどれか。ただし、Ｈ形断面材は等質等断面とし、降伏応力度を σ_y とする。（H23）

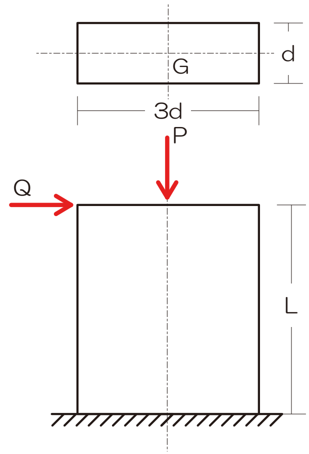


図-1

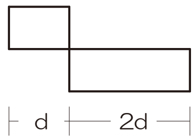
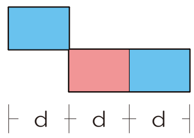


図-2



【解法】

1）　垂直応力度分布図を「Nによるもの」「Mによるもの」に分ける

2）　曲げモーメントによるブロックの「体積（梁幅も考慮！）」を算定

3）　上記 2）と曲げモーメントブロックの中心間距離を掛け合わせる

N によるものを赤、M によるものを青で示す

軸方向力（N）によるブロックより

$$P = d \times d \times \sigma_y$$

$$P = d^2 \sigma_y$$

曲げモーメントによるブロックより

$$M_p = (d \times d \times \sigma_y) \times 2d$$

また、曲げモーメントは荷重Ｑにより生じているので

$$M = Q \times L$$

ゆえに

$$Q \times L = (d \times d \times \sigma_y) \times 2d$$

$$Q = \frac{2d^3 \sigma_y}{L}$$

- 崩壊
  - 仮想仕事の原理：内力による仕事＝外力による仕事

□　崩壊荷重を求める

- 構造物の崩壊：大きな荷重がかかり構造体に塑性ヒンジが生じること
- 崩壊荷重：塑性ヒンジが生じ始める時の荷重

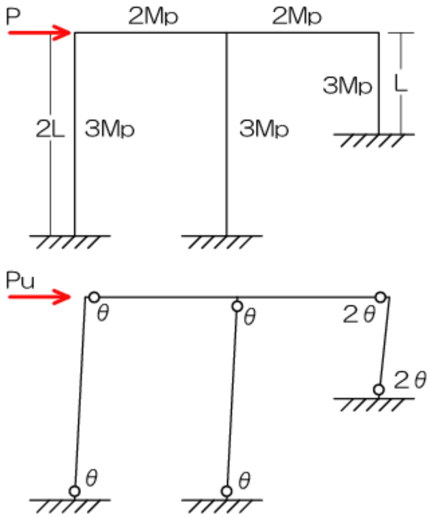
□　崩壊荷重の求め方

- 仕事量保存の法則：外力（荷重による仕事）＝内力（塑性ヒンジが生じた時の消費仕事）
- 外力：崩壊荷重×移動変位（部材長×回転角）　全ての崩壊荷重の合計！
- 内力：全塑性モーメント×回転角　全てのヒンジ点の合計！

References　全日本建築士会編：合格対策１級建築士受験講座学科 Ⅲ、地人書館、201q

崩壊荷重

例題 20　崩壊荷重を求めよ。(5【過去問 89】、7【過去問 90】、8【過去問 91】、10【過去問 92】、12【過去問 93】、14【過去問 94】、18【過去問 95】、20≪過去問 20≫、23【過去問 96】)



≪過去問 20≫　図のような荷重を受ける梁において、荷重Ｐを増大させたとき、その梁は図に示すような崩壊メカニズムを示した。梁の崩壊荷重をＰu として、正しいものは次のうちどれか。(H20)

【解法】

1） 崩壊の図を予想（柱・梁の接合部は全塑性Mの小さいほうが崩壊）

2） 「各」崩壊荷重の「移動距離」を微小タンジェントの法則より算定

3） 上記移動距離と各崩壊荷重を掛け合わせて外力の仕事を求める

4） 各ヒンジ点の内力の仕事を求める

5） 2)、3）は等しい

内力による仕事を求める

$$\sum P\delta = P_u \times \theta \times 2L$$
$$\sum P\delta = 2P_u\theta L$$

外力による仕事を求める

$$\sum M\theta = 3M_P \times \theta + 2M_P \times \theta + 3M_P \times \theta \times 2 + 2M_P \times 2\theta + 3M_P \times 2\theta$$
$$\sum M\theta = 21M_P\theta$$

両者は等しいので

$$2P_u\theta L = 21M_P\theta$$
$$P_u = \frac{21M_P}{2L}$$