

# 【本日の目標】(以下ページ番号はサプテキ)

- 1) 力の種類・力の釣り合いを再チェック(復習) ⇒ P12
- 2) 応力の概念が理解できる ⇒ P13
- 3) 梁の任意の点の各応力を求めることができる ⇒ P15~16 《過去問 O5-1~3》
- 4) ラーメンの任意の点の応力を求めることができる ⇒ P17~18 《過去問 O6-1~3》
- 5) 3 ヒンジラーメンの反力・応力を求めることができる ⇒ P19 《過去問 07》
- 1.4 静定梁に生ずる力
  - 1) 力の種類
  - ▶ モーメント:以下の図における荷重PとO点の距離を図示せよ

『重要事項!』 距離が重要!必ず力の作用線を図示し問題中に距離を記入

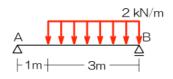
ロ モーメント:  $M = P \times l$  モーメント=カ×距離、距離の定義に注目



 $M_0 = P \times L_0$ 

▶ 分布荷重:以下の図における分布荷重を集中荷重へ変換せよ

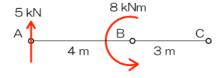
『重要事項!』 分布荷重は集中荷重へ変換



A 点より右に 2.5 m、6 kN

▶ モーメント荷重:以下の図における A・B・C 各点のモーメントを求めよ

『重要事項!』 モーメント荷重は全ての点において、等しいモーメントの影響を与える

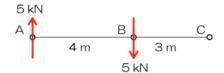


 $M_A = -8 \text{ kNm}, M_B = +5 \times 4 - 8 = 12 \text{ kNm}, M_C = +5 \times 7 - 8 = 27 \text{ kNm}$ 



▶ 偶力のモーメント:以下の図における A・B・C 各点におけるモーメントを求めよ

『重要事項!』 偶力:作用線が並行で力の大きさが等しく、真逆な一対の力 のこと(全ての点でのモーメントが等しくなる)



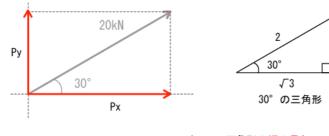
 $M_A = +5 \times 4 = 20 \text{ kNm}, M_B = +5 \times 4 = 20 \text{ kNm}, M_C = +5 \times 7 - 5 \times 3 = 20 \text{ kNm}$ 

▶ 力の分解・合成:以下の図における斜め方向の荷重をPy・Pxに分力せよ。

『重要事項!』 斜めの力が出てきたら必ず縦・横に分解すること!ちっこい

三角形を書いておきましょう!

ロ 斜めの力の分解と相似・三角比:辺の比より力を分解



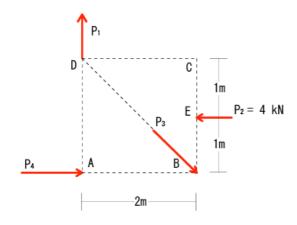
縦の分力 = 斜めの荷重 × ちっこい三角形の縦の長さちっこい三角形の斜めの長さ

 $P_X=10\sqrt{3}$  kN,  $P_Y=10$  kN

横の分力 = 斜めの荷重 × ちっこい三角形の横の長さちっこい三角形の斜めの長さ

▶ 力のつりあい:以下の図における荷重 P4 を求めよ

『重要事項!』 ターゲットの(求めたい)未知力以外の2力の交点に注目



P1 と P3 の交点である D 点に注目

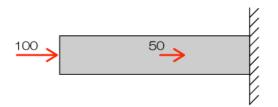
 $M_D = +4 \times 1 - P_4 \times 2 = 0$ 

 $P_4=2 kN$ 



1.4 力(応力)の種類: 応力とはP22(教科書) 応力とは(小人さん論法その1)

1) 100、50 の荷重を受けている片持ち梁があります



2) このままでは力の釣り合いが取れていないので右端の支 点に反力 150 があるはずです

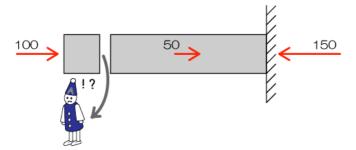


3) さて、ここで質問「以下のA点とB点ではどちらが "痛い"ですか?」材の中に小人さん(☆印)がいることを 想定し、考えてみてください



正解は皆さんのご想像の通りB点なんですが、そのままでは講義が成立しないのでちゃんと解説してみます

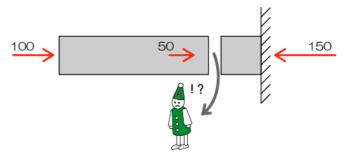
4) では、A点に隠れている小人さんに登場願いましょう(A点で構造体を切断します)



5) A 点の小人さんは左側から 100 で押され、右側からも 100 で押されています(50 で引張られ、150 で押されているのでその合計) → 「両側から 100 ずつで押されている」



6) 次はB点の小人さん登場



7) B点の小人さんは、左から 150 (100+50)、右側から も 150 で押されています → 「両側から 150 ずつで 押されている」



8) 結果は…、Bの小人さんのほうが 1.5 倍 "痛そう"です (小人さんの表情変えているんですが見えますか?笑)

「両側から 100 ずつで押されている」状態を軸方向力(圧縮)100、N=-100 (圧縮がマイナスになります)と表記し、「両側から 150 ずつで押されている」状態を軸方向力(圧縮) 150、N=-150 と表記します

# 【ポイント】

- ※ 応力(応力度も)は小人さんの気持ちになって考えましょう
- ※ 応力は左右(もしくは上下)で必ず釣り合います(逆 方向の力でね)
- ※ 実際の計算は片側だけで十分(どっちを計算しても答えは変わらないから)
- ※ したがって、応力を求める場合には部材を切断→片側の力のみを計算対象として応力を算定



#### ▶ 応力とは

- 種類:軸方向力(N)・せん断(Q)・曲げモーメント(M)の三種類
- 応力のポイント:任意の点の応力は「必ず」その両側の力による応力が 釣合う\*1
  - ※1 応力を求める点で部材を切断し片側のみの力を対象とし計算
- 応力が変化する点:荷重のかかっている点・節点

#### 応力の種類

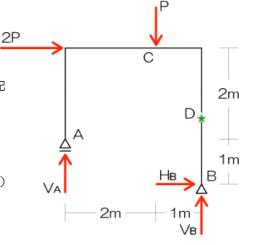
- ロ 軸方向力(N)
  - 構造部材が潰されたり(圧縮)、引張られたりされた時の応力
  - 対象となる力は部材に平行な力
  - 唯一符号がつく:圧縮をマイナス(一)、引張をプラス(+)で表記
- ロ せん断力(Q)
  - 構造部材にはさみで切られるような力がかかった時の応力
  - 対象となる力は部材に鉛直な力
  - 符号はつかない(計算中は符号を考えるけど、最終的に絶対値表記)
- ロ 曲げモーメント
  - 構造部材に曲げられるような回転の力がかかったときの応力
  - 対象となる力は全ての力
  - 符号はつかない(計算中は符号を考えるけど、最終的に絶対値表記)

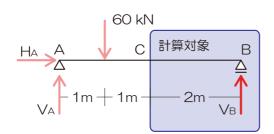
# (B) 静定梁の応力

- ▶ 任意の点の応力の求め方
  - 1) 反力を図示
  - 2) 応力を求めたい点で部材を切断 ★「必ず」最初に切断から!! 余計 な計算を省けます!!
  - 3) 計算対象側を決定(力の少ないほうを選択、支点が無い方はなお良し)
  - 4) 対象となる力をチェック(反力が含まれる場合には、反力を求める)
  - 5) 対象となるそれぞれの力による任意の点の応力を合算

#### 静定梁の応力

- ピンとローラーにより支持されている「単純梁」と固定支点のみで支持 される「片持ち梁」
- ロ 単純梁の応力
  - 切断後の計算対象側に支点が入るので反力算定が必要
- ロ 片持ち梁の応力
  - 任意の点で切断後、計算対象は支点が入らない方を選ぶこと





#### (解法手順)

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断!
- 3) 計算対象を決定(計算対象とならなかった力は応力 算定時には完全シカトすること!)
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知 カ(通常は反力だね)を求める 図は1)に戻るよ!)
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方 向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントはとに かく計算対象側全部の力
- C点で切断⇒計算対象は右

反力 V<sub>R</sub>を求める

$$M_A = +60 \times 1 - V_B \times 4 = 0$$

$$V_B = 15kN$$

ゆえに
$$N_C = 0kN$$
、 $Q_C = 15kN$ 、

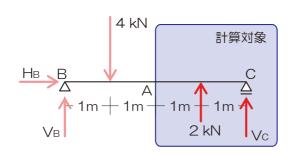
$$M_C = -15 \times 2$$

 $M_{\it C} = -15 \times 2$   $\Rightarrow$ 絶対値標記

$$M_C = 30kNm$$

 $N_c$ =0 kN,  $Q_c$ =15 kN,  $M_c$ =30 kNm

#### 《過去問 O5-1》 A 点における曲げモーメントを求めよ



#### (解法手順)

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断!
- 3) 計算対象を決定(計算対象とならなかった力は応力 算定時には完全シカトすること!)
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知 カ(通常は反力だね)を求める 図は1)に戻るよ!)
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方 向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントはとに かく計算対象側全部の力

A 点で切断⇒計算対象は右

反力 V<sub>c</sub>を求める

$$M_B = +4 \times 1 - 2 \times 3 - V_C \times 4 = 0$$

$$V_C = -\frac{1}{2}$$

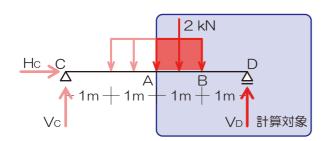
A 点の曲げモーメントは

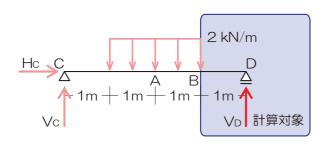
$$M_A = -2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2$$
  $\Rightarrow$  絕対値標記  $M_A = 1kNm$ 

 $M_{\Delta}=1 \text{ kNm}$ 



# 《過去問 O5-2》 A・B 点の曲げモーメントを求めよ





A 点で切断⇒計算対象は右

反力 V<sub>D</sub>を求める

$$M_C = +4 \times 2 - V_D \times 4 = 0$$
$$V_D = 2kN$$

## (解法手順)

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断!
- 3) 計算対象を決定(計算対象とならなかった力は応力 算定時には完全シカトすること!)
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力(通常は反力だね)を求める 図は 1) に戻るよ!)
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方 向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントはとに かく計算対象側全部の力

A 点の曲げモーメントは

$$M_A = +2 \times 0.5 - 2 \times 2$$

$$M_A = -3$$

→絶対値標記

$$M_A = 3kNm$$

B 点の曲げモーメントは

$$M_{\scriptscriptstyle B} = -2 \times 1$$

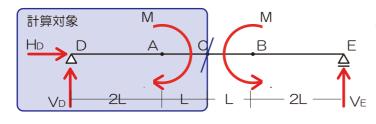
$$M_{\Lambda} = -2$$
 ⇒絶対値標記

$$M_A = 2kNm$$

 $M_A=3 \text{ kNm}, M_B=2 \text{ kNm}$ 

《過去問 05-3》C点における曲げモーメントを求めよ

# 《週去向 05-3》 0 点にのける曲けモーメノトを求めよ



# (解法手順)

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断!
- 3) 計算対象を決定(計算対象とならなかった力は応力 算定時には完全シカトすること!)
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力(通常は反力だね)を求める 図は 1)に戻るよ!)
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方 向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントはとに かく計算対象側全部の力

C点で切断⇒計算対象は左

反力 V<sub>D</sub>を求める

$$M_E = +V_D \times 6L + M - M = 0$$

$$V_D = 0kN$$

A 点の曲げモーメントは

$$M_C = +M$$

$$M_C = M$$

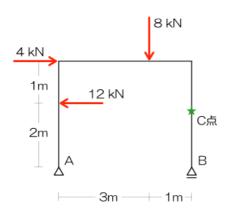
 $M_{C}=M$ 

## 『ポイント』

- □ 応力算定では、まずは切断! ⇒ いきなり反力を求めたらアウト…
- □ 【応力】⇒【切断】⇒【選択】



# 1.5 静定ラーメンに生ずるカ C点における各応力を求めよ



#### (解法手順)

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断!
- 3) 計算対象を決定(計算対象とならなかった力は応力 算定時には完全シカトすること!)
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力(通常は反力だね)を求める 図は 1) に戻るよ!)
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方 向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントはとに かく計算対象側全部の力
- C点で切断⇒計算対象は右下

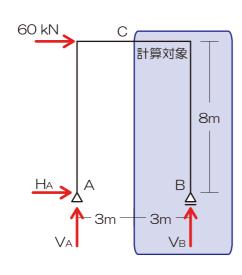
反力 V<sub>B</sub>を求める

$$M_A = -12 \times 2 + 4 \times 3 + 8 \times 3 - V_B \times 4 = 0$$
  
 $V_B = 3kN$ 

- C点の軸方向力は $N_C$  -3kN
- C点のせん断力は $Q_C = 0kN$
- C点の曲げモーメントは $M_C = 0kNm$

 $N_c=-3$  kN,  $Q_c=0$  kN,  $M_c=0$  kNm

## 《過去問 06-1》 C 点のせん断力を求めよ



#### (解法手順)

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断!
- 3) 計算対象を決定(計算対象とならなかった力は応力 算定時には完全シカトすること!)
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力(通常は反力だね)を求める 図は 1) に戻るよ!)
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方 向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントはとに かく計算対象側全部の力
- C点で切断⇒計算対象は右下

反力 V<sub>B</sub>を求める

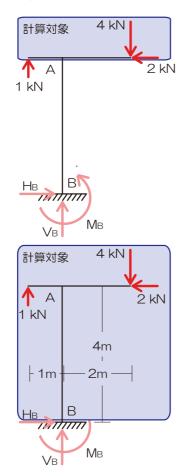
$$M_A = +60 \times 8 - V_B \times 6 = 0$$
$$V_B = 80kN$$

C 点のせん断力は $Q_C = 80kN$   $\Rightarrow$ 絶対値標記

 $Q_c = 80 \text{ kN}$ 



# 《過去問 06-2》 A・B 点の曲げモーメントを求めよ



#### (解法手順)

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断!
- 3) 計算対象を決定(計算対象とならなかった力は応力 算定時には完全シカトすること!)
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力(通常は反力だね)を求める 図は 1) に戻るよ!)
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方 向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントはとに かく計算対象側全部の力

A 点で切断⇒計算対象は上

A 点の曲げモーメントは

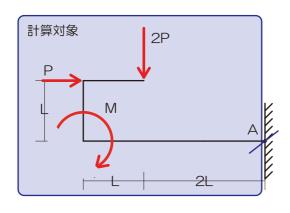
$$M_A = +1 \times 1 + 4 \times 2 + 2 \times 0$$
$$M_A = 9kNm$$

- B点で切断⇒計算対象は上
- B点の曲げモーメントは

$$M_A = +1 \times 1 + 4 \times 2 - 2 \times 4$$
$$M_A = 1kNm$$

 $M_A=9 \text{ kNm}, M_B=1 \text{ kNm}$ 

**《過去問 06-3》**A 点に曲げモーメントが生じない場合
の M の値を求めよ



(解法手順)

2) 応力を求めたい点で構造体を切断!

1) 生じる可能性のある反力を図示

- 3) 計算対象を決定(計算対象とならなかった力は応力 算定時には完全シカトすること!)
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力(通常は反力だね)を求める 図は 1) に戻るよ!)
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方 向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントはとに かく計算対象側全部の力

A 点の曲げモーメントが O となることより

$$M_A = -2P \times 2L + P \times L + M = 0$$
  
$$M = 3PL$$

M=3PL

#### 『ポイント』

- □ ラーメンも全く一緒!応力算定では、まずは切断! ⇒ いきなり反力を求めたらアウト…
- □ 【応力】⇒【切断】⇒【選択】

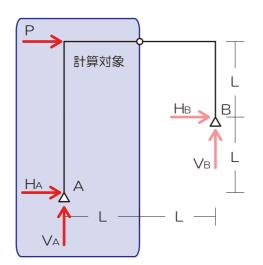
#### 3 ヒンジラーメン



- ◊ 3 ヒンジラーメンとは
  - 支点がピン支点+ピン支点 ⇒ 反力が4つ…
  - 釣り合い三式のみでは反力を求められない!
  - 「ヒンジ点(ピン節点)では曲げモーメントが生じない」

# 《過去問 07》A 点の水平反力と鉛直反力の比(H<sub>A</sub>: V<sub>A</sub>) (解法手順)

を求めよ



- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) ところが…、反力が4ヶ…
- 3) ヒンジ点の曲げモーメントは O を利用して、式を 1 つ追加しましょう♪

ヒンジ点の曲げモーメントを求める

ヒンジ点で切断⇒計算対象は左

$$M_O = -H_A \times 2L + V_A \times L$$

ヒンジ点では曲げモーメントが生じないので

$$H_A: V_A = 1:2$$

ゆえに

$$H_A: V_A = 1:2$$

 $H_A:V_A{=}1:2$ 

# 『ポイント』

ロ ピン節点では「曲げモーメント=O」 3 ヒンジラーメンが解けると大きなアドバンテージになります



#### 『クルクルドンの解法』

クルクルドンは「曲げモーメント図」の書き方です

M 図は「引張側(応力度的)に書くこと」って決まりがあります

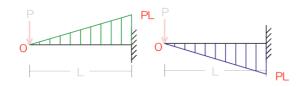
#### 以下の片持ち梁で説明してみます



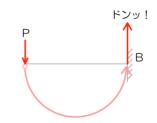
#### A 点と B 点の曲げモーメントは以下です



問題となるのは、M 図を上に書くか?下に書くか?



# 4) 上記クルクルによって、応力を求めたい点(B 点)がすっ飛ばされる方に「ドンッ!」



5) 「ドンッ!」って飛ばされた方に応力の分布図 を示す



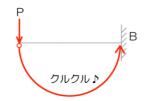
上記法則は単純梁、片持ち梁に限らずラーメン等の全て の構造物で成り立ちます

# そこで「クルクルドン」の登場

- 1) 荷重 P により、B 点に曲げモーメントが発生、 そこで B 点に注目し、上?下?を検討する
- 2) 荷重Pの作用点をスタート



3) ゴールを曲げモーメントを求める点(今回はB点)とし、「クルクル♪」

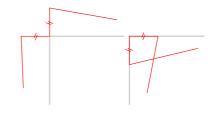


また、ラーメンの曲げモーメント図の場合には柱・梁 の接合部に「内々・外々」なんて法則もあります

剛節点では、接合している部材に生じる「曲げモーメントの合計が必ず O」になります

曲げモーメントが等しい、ってことは?

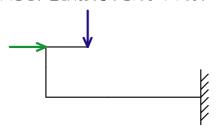
図を書いたときに応力の値を示す線分の長さが等しい、ってことになるので…以下の図のような形となります



この法則は不静定でも同じです



『例題』以下の変則ラーメンの M 図を書いてみましょう (荷重の大きさ、各部材長等は考えなくても良いです…)

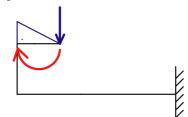


註 1: 片持ち系の構造物は自由端から書き始めると早いです

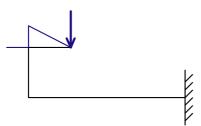
註2: クルクルドンが必要な点(応力を求める必要のある点) は「支点」「節点」「荷重の掛かっている点」です

註3:上記各点の応力が求められたら後は結ぶだけ

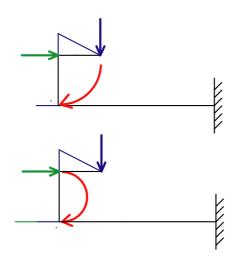
1) クルクルドン



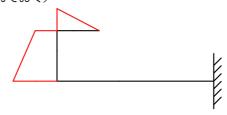
2) 内々外々



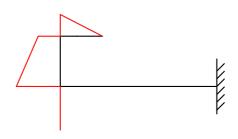
3) またまたクルクルドン、ですが荷重が 2 つあるので両者 ともに別々に「ドンッ!ドンッ!」



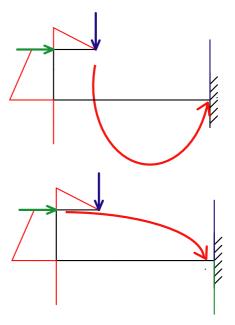
4) 2つの「ドンッ!」を合算(部材の両端の応力が分かったら結んでおく)



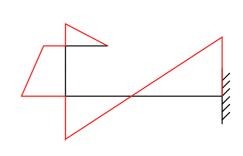
5) 内々外々



6) さらにクルクルドン+クルクルドン(向きが逆ですね)



7) 合算して各点を結ぶ



以上です