

【本日の目標 2】

(1) 力のつりあい ← 「モーメント (解法 08)」「未知力算定」の概念を理解する

・平成 27 年：剛体が浮き上がり始める荷重 (転倒する荷重) の比を求めよ

(2) 支点と節点 ← 「支点の反力」を求める事が出来る

・平成 24 年：支点の反力が生じない場合の荷重の比を求めよ

(3) 梁・ラーメン・3 ヒンジラーメンの応力 ← 「梁・ラーメンの応力 (解法 09)」「3 ヒンジラーメン (解法 10)」を求める事が出来る

・平成 10、12、27 (一部) 年：梁の応力を求めよ

・平成 11、13、17、19、20 年：ラーメンの応力を求めよ

・平成 26 年：任意の点に曲げモーメントが生じない場合の荷重の比を求めよ

・平成 24、27 (一部) 年：3 ヒンジラーメンの反力を求めよ

・平成 10、14、18、21、22、27 (一部) 年：3 ヒンジラーメンの応力を求めよ

1.2 構造力学

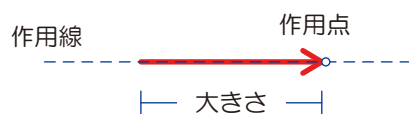
1.2.1 力のつり合い

(A) 力、偶力、モーメント

(a) 力

■ 力の表記

➤ 力の 3 要素：大きさ/作用点/作用線 (最も重要なのは「作用線」です)



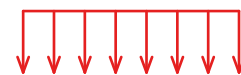
■ 構造力学にてあつかう力の種類

1) 集中荷重：ベクトル (矢印) 1 本で示される

※ 作用線が重要でしたね

2) 分布荷重：一定の面に広がりつつかかる荷重

※ 集中荷重に変換して計算



3) モーメント荷重：回転の荷重

※ すべての点に等しいモーメントの影響を与えます

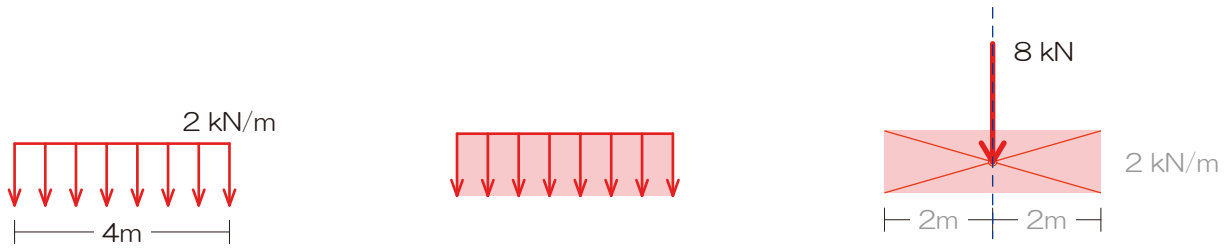
4) 斜めの荷重：文字通り斜め…

※ 縦・横に分解して計算しましょう



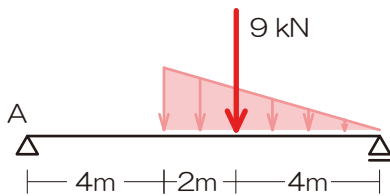
■ 分布荷重

- 分布荷重とは：あるエリアに広く「のぺー」とかかる荷重、外力として代表的なものとしては積雪荷重やプールの水など、単位は kN/m などと示され 1m あたりにかかる荷重[kN]って意味になります
- 分布荷重の変換：分布荷重に出会ってしまったら集中荷重へ置き換えましょう、その際のポイントは「力の大きさ」「力の作用点」ですが、囲まれた図形に注目してみましょう



『長さ 4m に渡り、1m あたり 2kN の荷重がかかっている』って意味です

□ 分布荷重を集中荷重へ変換してみましょう（合力の作用線の位置を A 点からの距離で示しましょう）



- 1) 分布荷重に囲まれたエリアをチェック
- 2) 荷重の合計を求める
⇒ 囲まれたエリアの「面積」が荷重の合計
- 3) 荷重の作用点の位置を決定する
⇒ 囲まれたエリアの重心に作用

$$P = 6 \times 3 \div 2$$

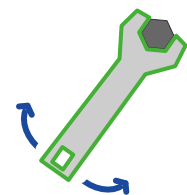
$$P = 9[kN]$$

解答：A 点から 6[m]の位置に下方 9[kN]

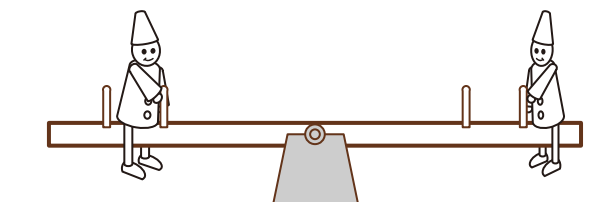
(b) モーメント

■ モーメントとは

- モーメントの定義：任意の点にかかる回転の力、『任意の点』って言うのでどこか点を決定しないとモーメントは求められません…、てこの原理やシーソーが有名ですね

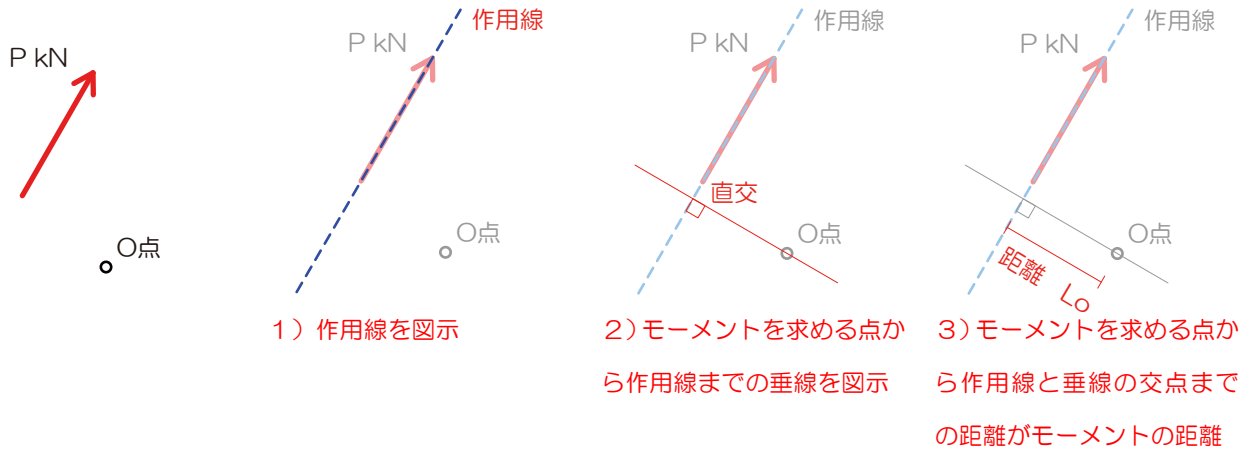


- シーソーが勝つための条件：もちろん重ければ勝ちます（下に落ちる）が…、できるだけ遠く（真ん中から）に座っても勝機はありますね



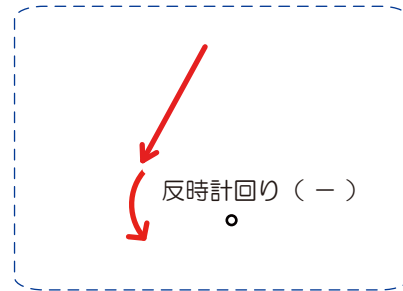
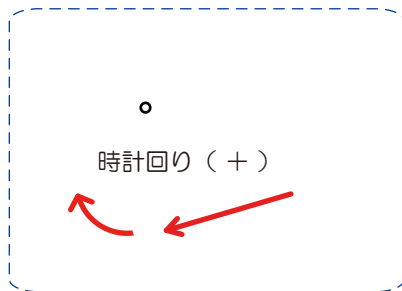
■ 任意の点のモーメント

- モーメントの求め方：シーソーでは重さ（力）と距離が重要でしたね、その両者を単純にかけるとモーメントになります…が！！距離の概念が大変重要です！『モーメントにおける距離』とは『モーメントを求める点から力の作用線までの鉛直距離』となるので注意、慣れるまでは作用線を図示して問題にチャレンジしましょう、計算式の書き順は『力』⇒『距離』⇒『符号』が一般的です

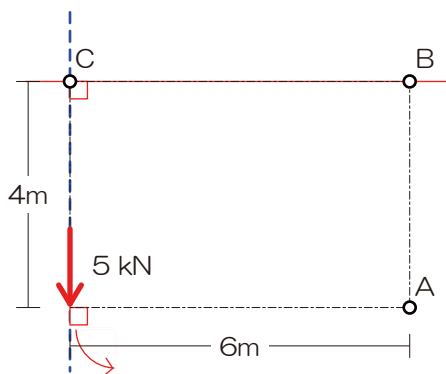


リレーションシップ ID R6103 のイメージパーツがファイルにあります

- モーメントの符号：モーメントを求める点を指で押さえて実際に紙をグリグリ回してみよう



□ B点のモーメントを求めてみましょう



- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
⇒ 符号の確認もお忘れなく

$$M_B = -5 \times 6$$

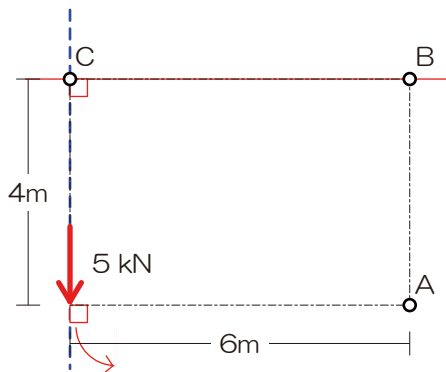
$$M_B = 30 [kNm]$$

解答： $M_B = -30 [kNm]$



- モーメントを求める点と作用線が交差する？：作用線上の点におけるモーメントは距離が0となるのでモーメントも生じません（事項の力のつり合いにて最強のツールとなるのでしっかりと覚えておきましょう）

□ A・B・Cの各点のうち、モーメントが0となる点はどれでしょう

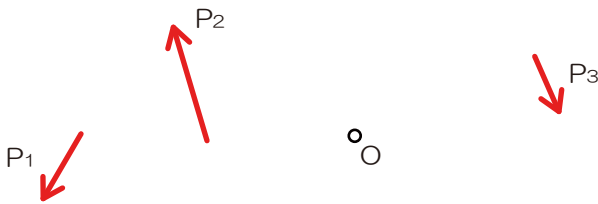


- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
⇒ 符号の確認もお忘れなく

解答：C点

■ 複数の力によるモーメント

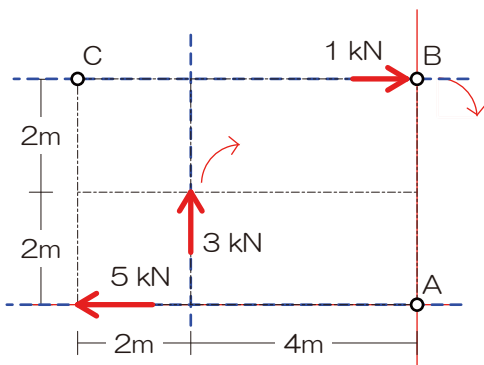
- 複数の力によるモーメント：それぞれの力によるモーメントを個別に求め、最後に合算しましょう



$$M_O = -P_1 \times l_1 + P_2 \times l_2 + P_3 \times l_3$$

□ A点のモーメントを求めてみましょう

『解法手順 08』 モーメント



- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
- 5) 複数の力によるモーメントを合算

$$M_A = +3 \times 4 + 1 \times 4$$

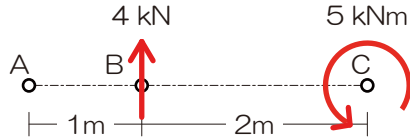
$$M_A = 16[kNm]$$

解答： $M_A = 16[kNm]$

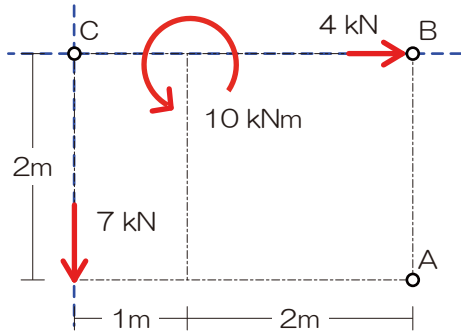


■ モーメント荷重

➤ 計算対象にあるモーメント荷重は、全ての点に等しいモーメントの影響を与える（そのままの値をそのまま足してしまえばOKです）



□ C点のモーメントを求めてみましょう



- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
- 5) 複数の力によるモーメントを合算

$$M_C = 7 \times 0 + 4 \times 0 - 10$$

$$M_C = -10 [kNm]$$

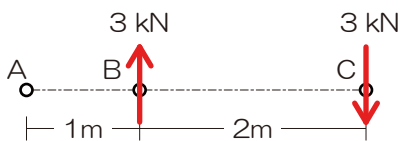
解答： $M_C = -10 [kNm]$

(c) 偶力

■ 偶力とは

➤ 作用線が並行で力の大きさが等しく、向きが反対の一对の力を偶力といいます、偶力のみが作用している場合には、すべての点のモーメントは等しくなります

□ A・B・C各点のモーメントを求めてみましょう



- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
- 5) 複数の力によるモーメントを合算

$$M_A = -3 \times 1 + 3 \times 3 = 6 [kNm]$$

$$M_B = 3 \times 0 + 3 \times 2 = 6 [kNm]$$

$$M_C = 3 \times 2 + 3 \times 0 = 6 [kNm]$$

解答： $M_A = M_B = M_C = 6 [kNm]$

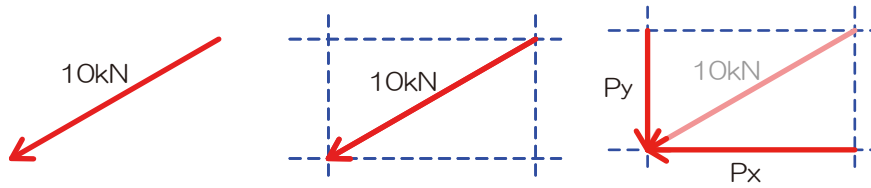


(B) 力の分解・合成

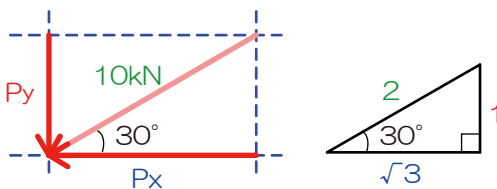
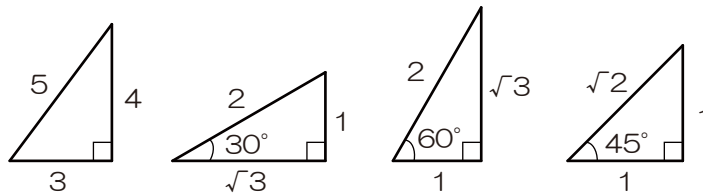
(a) 力の分解

■ 斜め荷重への対処法

➤ 斜めの荷重に出会ったら：縦と横に分解しましょう



➤ 解の方法：ちっこい三角形を書いて考えましょう（三角関数？比の計算？解法は問いませんがオススメを示します）

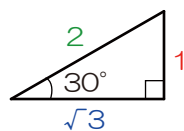
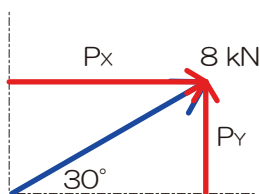


$$\text{縦の分力 (Py)} = \text{斜めの荷重} \times \frac{\text{ちっこい三角形の縦}}{\text{ちっこい三角形の斜め}}$$

$$\text{横の分力 (Px)} = \text{斜めの荷重} \times \frac{\text{ちっこい三角形の横}}{\text{ちっこい三角形の斜め}}$$

$$P_x = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} [kN], \quad P_y = 10 \times \frac{1}{2} = 5 [kN]$$

□ 斜めの荷重を縦・横に分解してみましょう



- 1) 分力の予想図を作成
- 2) ちっこい三角形を検討
- 3) 比の計算より鉛直・水平の荷重を算定

縦成分

$$P_y = 8 \times \frac{1}{2} = 4 kN$$

横成分

$$P_x = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} kN$$

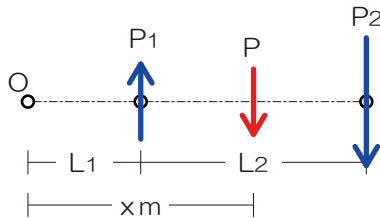
解答：鉛直 = 4 kN (上)、水平 = $4\sqrt{3}$ kN (右)



(b) 力の合成（オプション、1級建築士試験では過去出題はありません、2級ではあるんですが…）

■ 平行2力の合成

- バリニオンの定理：「物体に与える影響は変化しない」を「任意の点のモーメントが変化しない」に置き換えて合力の問題を（作用線の位置を）解いてみましょう、って定理です
- 合成後の力の大きさを求め、その力がどこを通るのか勝手に予想して（いずれかの点からの距離をxとしましょう）図示
- その後、バリニオンの定理を用いて、任意の点に着目し「合成前のモーメント」＝「合成後のモーメント」とし、作用線の正確な位置を求めます



$$M_{OB} = -P_1 \times L_1 + P_2 \times (L_1 + L_2)$$
$$M_{OF} = +P \times x$$
$$M_{OB} = M_{OF}$$

(c) 力のつり合い

■ 力のつり合いとは

- つりあい状態：物体にかかる力がつり合っている場合には、その物体は動きません
- 物体が動いていない条件：回転していない・縦に動いていない・横にも動いていない、の三条件が同時に成立すること

■ 力のつり合い三式

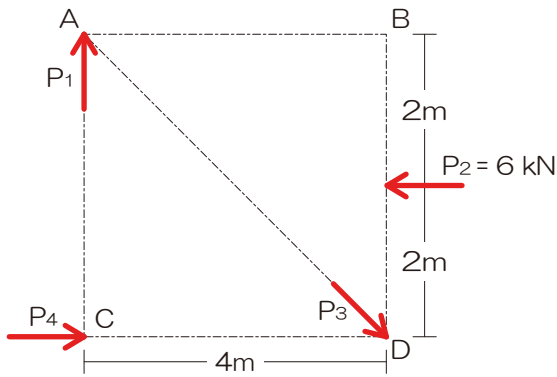
- 回転していない：任意の点のモーメントが0、 $M_o = 0$
- 縦に動いていない：縦の力の合計が0、 $\sum Y = 0$
- 横にも動いていない：横の力の合計が0、 $\sum X = 0$

■ 未知力算定の基礎

- 未知力とは：値が求められていない力、問題に示される以外にも自分自身で仮定した力も含まれる、つり合い三式を用いて未知の力を求める（基本的には三連立方程式）
- 未知力算定の大前提：つりあい三式の中から求めたい（ターゲットの）未知力のみが入っている式を一発で選べれば勝ち、ってことはターゲット以外の未知力が入っていない式を見つける工夫で対処可能、つり合い式に力が現れない条件は2つ、1）作用線上の点におけるモーメント（距離が0だから）、2）作用線に直行する軸のつり合い（縦の力に対し横の力の釣り合いに着目すれば縦の力は式中に登場しない）、となるとターゲット以外の未知力の作用線に着目すると良さそうですね？求める必要のある未知力（ターゲットと呼びます）をチェック！（○で囲む）、それ以外の未知2力を△で囲みその作用線2本を図示 ⇒ 一点で交差するならその交点での $M_o = 0$ 、平行になってしまった場合には直行する軸の $\sum Y = 0$ もしくは $\sum X = 0$ を選べば一撃です



□ 各未知力を求める際に最もスマートな式を選択してみましょう

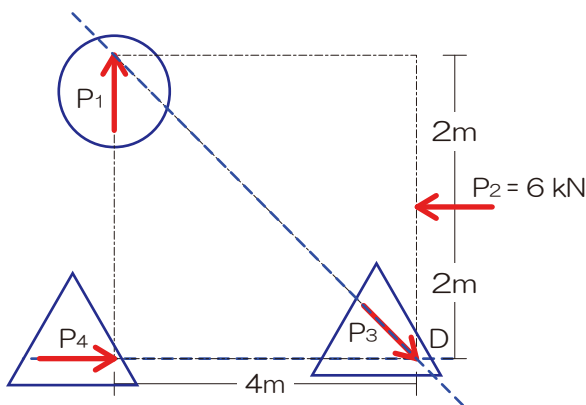


P_1 を求めたかったら ⇒ P_3 と P_4 の交点 D のモーメントに着目

P_3 を求めたかったら ⇒ P_1 と P_4 の交点 C のモーメントに着目

P_4 を求めたかったら ⇒ P_1 と P_3 の交点 A のモーメントに着目

□ 未知の荷重 P_1 の値を求めてみましょう



- 1) 求めたい未知力 (ターゲット) を○チェック
- 2) ターゲット以外の未知力を△チェック
- 3) ターゲット以外の未知力の作用線を図示
- 4) 上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメントに着目 ($M_o = 0$)、平行なら⇒直行する軸のつり合いに着目 ($\sum Y = 0$ もしくは $\sum X = 0$)

P_1 を求める ⇒ P_3 と P_4 の交点 (D 点) に着目

$$M_D = +P_1 \times 4 - 6 \times 2 = 0$$

$$4P_1 = 12$$

$$P_1 = 3[kN]$$

解答 : $P_1 = 3 \text{ kN}$ (上)

1.2.2 骨組

(A) 骨組み

■ 構造物を構成するパート

- 支点 : 構造物を支える点、種類は 3 つ、部材にかかった力により反力が生じる
- 節点 : 各部材が接合されている点、種類は 2 つ、部材に生じた応力を伝搬する

■ 節点の種類

- 剛節点 : 完全に固定された節点、すべての応力 (次項参照) を伝搬可能
- 滑節点 (ピン節点) : 回転可能な節点、曲げモーメント (次項) を伝搬できない (曲げモーメントが 0 となる)




ピン接合 (滑節点)	剛接合 (剛節点)	混合
※ 回転可能	※ 回転不可・固定	※ 両者が...



(B) 支点

■ 支点の種類

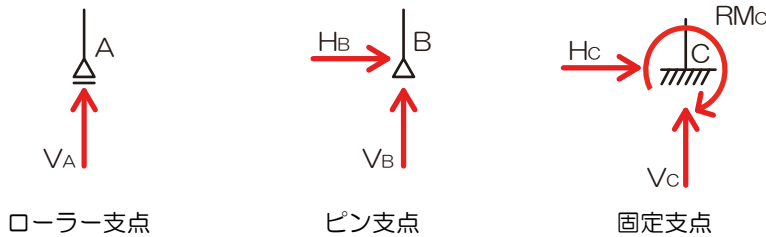
➢ 動けない方向に反力が生じる

支点種類	移動可能な方向			生じる可能性のある反力		
	鉛直	水平	回転	鉛直	水平	回転
ローラー支点 	×	○	○	○	×	×
ピン支点 	×	×	○	○	○	×
固定支点 	×	×	×	○	○	○

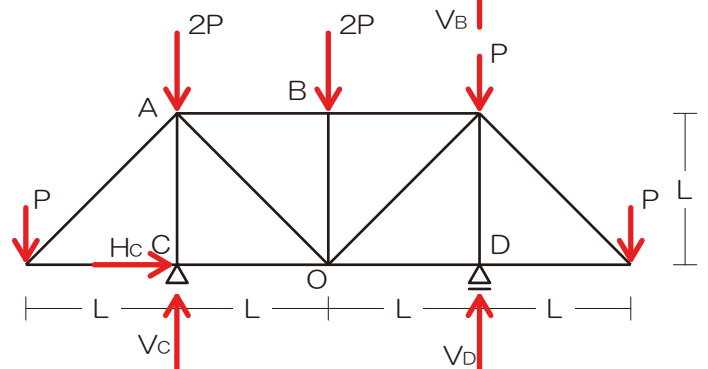
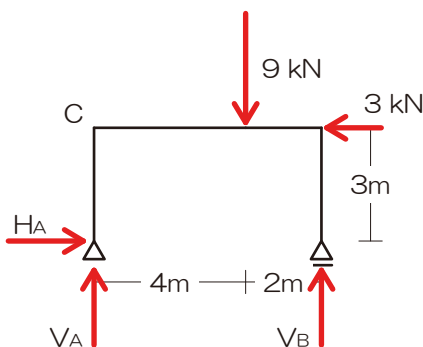
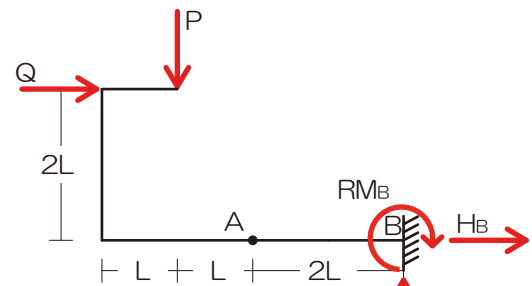
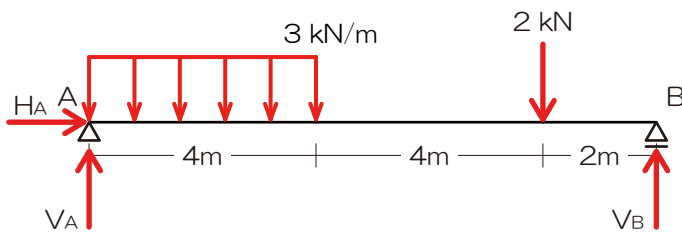
■ 支点反力の図示

➢ 支点を見つけたら生じる可能性のある反力を図示（もう問題を読む前にでも！）

➢ 鉛直方向は「V（上方をプラス）」、水平方向は「H（右をプラス）」、回転（モーメント）を「M（時計回りがプラス）」で表記するのが一般的



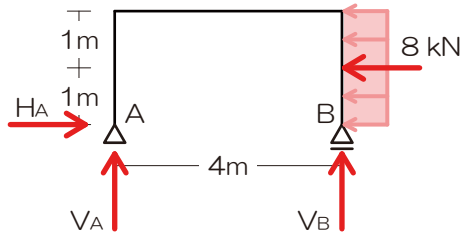
□ 各支点の反力を図示してみましょう



■ 反力の求め方

➤ 「反力を図示」⇒「未知力算定（力のつり合い）」以上！

□ 梁の支点反力を求めてみましょう（単純ラーメン）



- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 求めたい未知力（ターゲット）を○チェック
- 3) ターゲット以外の未知力を△チェック
- 4) ターゲット以外の未知力の作用線を図示
- 5) 上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメント、
交差しないなら⇒直行する軸のつり合い
- 6) 残りの反力はそれ以外のカードを用いる

反力を図示し、ターゲットを V_A とする

H_A と V_B の交点である B 点のモーメントに着目

$$M_B = +V_A \times 4 - 8 \times 1 = 0$$

$$4V_A = 8$$

$$V_A = 2[kN]$$

縦方向の力のつり合いより

$$\sum Y = +V_A + V_B = 0$$

$$2 + V_B = 0$$

$$V_B = -2[kN]$$

横方向の力のつり合いより

$$\sum X = +H_A - 8 = 0$$

$$H_A = 8[kN]$$

解答： $V_A = 2 \text{ kN}$ 、 $H_A = 8 \text{ kN}$ 、 $V_B = -2 \text{ kN}$

(C) 安定、静定

■ 構造物の分類

➤ 「安定」or「不安定」、安定のものは「静定」or「不静定」に分類されます

構造物	安定	静定（釣合い式のみで反力算定可）
		不静定（変形等の条件を加味し反力算定）
	不安定（わずかな力で倒壊・変形）	

(a) 安定、不安定

■ 安定・不安定とは

➤ 不安定な構造体は「わずかな力で倒壊、移動」

(b) 静定、不静定

■ 静定・不静定とは

➤ 静定構造物は「力の釣合い式のみ」で反力を求めることができる、不静定は…反力の数が多いので釣合い式のみでは算定不可能…（変形の知識を用いて求めることができるものもあります）

(c) 判別

□ 判別式： $m = n + r + s - 2k$ $m > 0$ で不静定、 $m = 0$ で静定、 $m < 0$ で不安定

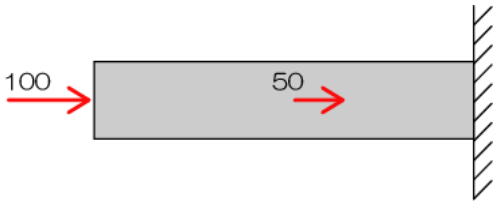
n …反力数、 r …部材数、 s …剛接合部材数（※）、 k …支点・節点の総数



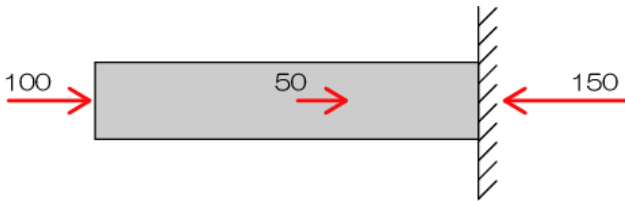
1.2.3 静定構造物の応力

■ 応力とは

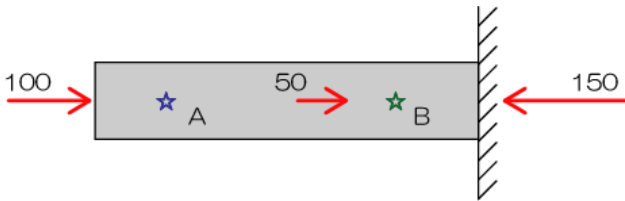
1) 100、50の荷重を受けている片持ち梁があります



2) このままでは力の釣り合いが取れていないので右端の支
点に反力 150 があるはず

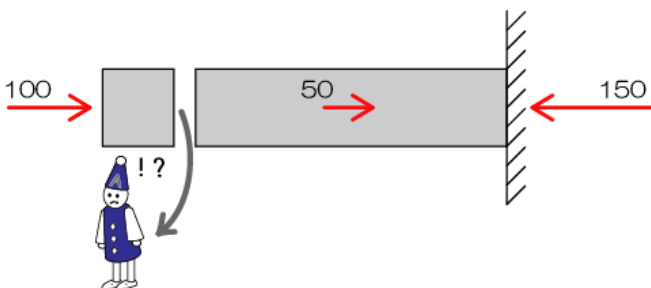


3) さて、ここで質問「以下の A 点と B 点ではどちらが“痛
い”ですか？」材の中に小人さん（☆印）がいることを
想定し、考えてみてください

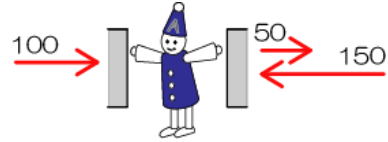


正解は皆さんのご想像の通り B 点なんです、そのままでは講義が成立しないのでちゃんと解説してみます

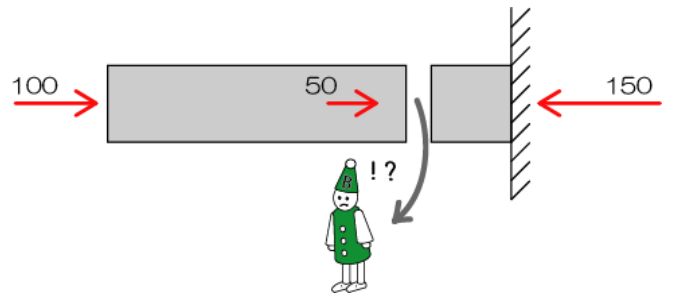
4) では、A 点に隠れている小人さんに登場願しましょう(A
点で構造体を切断します)



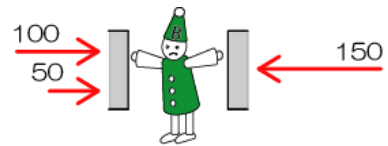
5) A 点の小人さんは左側から 100 で押され、右側からも
100 で押されています (50 で引られ、150 で押
されているのでその合計) → 「両側から 100 ずつ
押されている」



6) 次は B 点の小人さん登場



7) B 点の小人さんは、左から 150 (100+50)、右側から
も 150 で押されています → 「両側から 150 ずつ
押されている」



8) 結果は…、B の小人さんのほうが 1.5 倍 “痛そう” です
(小人さんの表情変えているんですが見えますか？笑)

「両側から 100 ずつで押されている」状態を軸方向力(圧縮) 100、 $N = -100$ (圧縮がマイナスになります) と表記し、「両側から 150 ずつで押されている」状態を軸方向力(圧縮) 150、 $N = -150$ と表記します

※ 応力(応力度)は小人さんの気持ちになって考えま
しょう(応力を求める点で構造体を【切断】し、小人
さんに登場ねがひましょう)

※ 応力は左右(もしくは上下)で必ず釣り合います(っ
てことは片側の力のみ【選択】し計算すれば OK)

※ 【応力】は【切断】⇒【選択】の手順を守れば計算可
能!

(A) 応力の種類

■ 応力の影響を及ぼす力（荷重・反力）

➢ 応力の種類により影響を及ぼす力が異なります、影響を及ぼす力を見極めることが重要です！

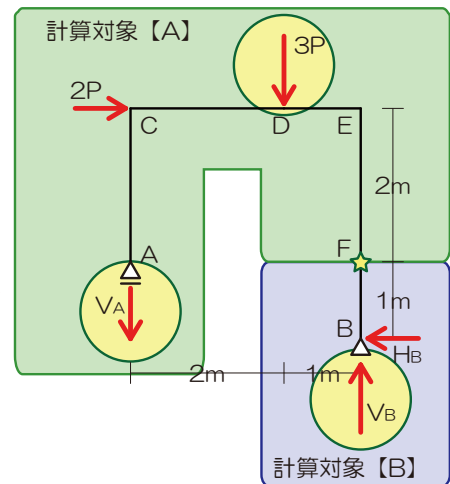
■ 計算対象の選び方

➢ 応力の影響を与える力（荷重・反力）を見極め以下の留意点に配慮し、より簡便な計算対象を選択しましょう！

- 1) 応力の影響を与える【反力が無い側】（反力算定の手間を省けます）
- 2) 両計算対象ともに反力が含まれる場合は、【力（荷重・反力）の数が少ない側】

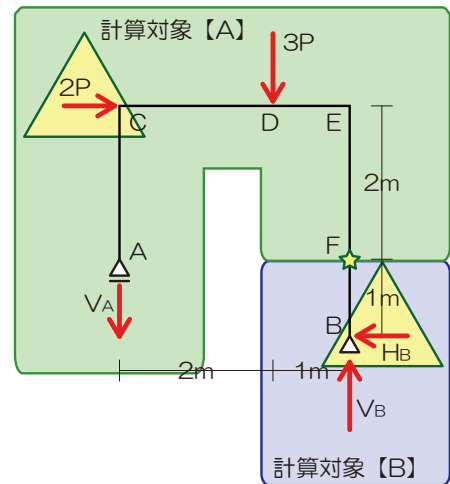
■ 軸方向力（N）、右図○が応力の影響を及ぼす力（荷重・反力）

- 構造部材が潰されたり（圧縮）、引っ張られたりされた時の応力
- 対象となる力は【部材に平行な力】
- 唯一符号がつく：圧縮をマイナス（-）、引張をプラス（+）で表記
- 右例題における計算対象は？ ⇒ 絶対に「計算対象【B】」、両計算対象ともに応力の影響を及ぼす反力がありますが、【B】は応力の影響を及ぼす力の総数が1となり【A】よりも少ないので



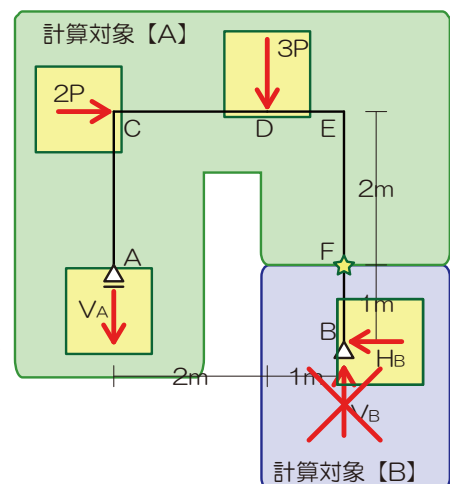
■ せん断力（Q）、右図△が応力の影響を及ぼす力（荷重・反力）

- 構造部材にはさみで切られるような力がかかった時の応力
- 対象となる力は【部材に鉛直な力】
- 符号はつかない（計算中は符号を考えるけど、最終的に絶対値表記）
- 右例題における計算対象は？ ⇒ 絶対に「計算対象【A】」、【A】には応力の影響を及ぼす反力が無いので、反力算定の手間を省けます



■ 曲げモーメント（M）、右図□が応力の影響を及ぼす力（荷重・反力）

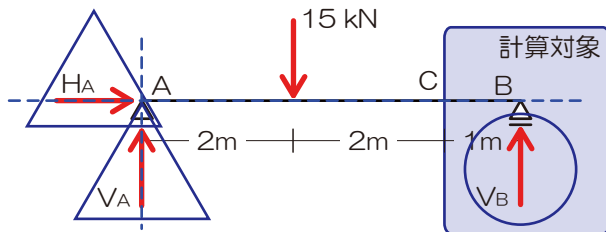
- 構造部材に曲げられるような回転の力がかかったときの応力
- 対象となる力は応力を求める点に作用線が交差しない力（距離が0となるのでモーメントが0となりますね）
- 符号はつかない（計算中は符号を考えるけど、最終的に絶対値表記）
- 右例題における計算対象は？ ⇒ 絶対に「計算対象【B】」、両計算対象ともに応力の影響を及ぼす反力がありますが、【B】は応力の影響を及ぼす力の総数が1となり【A】よりも少ないので（反力 H_B も暗算で求められそうですね）



(B) 静定梁の応力

■ 応力算定の基礎

➤ C点の各応力を求めてみましょう



『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】！
- 3) 計算対象を【選択】(計算対象とならなかった力は応力算定時には完全シカトすること！)
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力(通常は反力だね)を求める 図は 1) に戻るよ！)
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントは作用線が交差しない全ての力

C点で【切断】⇒計算対象は右を【選択】

計算対象に未知力 V_B が入っているので…

V_B を求める (交点 A に着目)

$$M_A = +15 \times 2 - V_B \times 5 = 0$$

$$V_B = 6[kN]$$

C点の軸方向力(材と並行な力)を求める

$$N_C = 0[kN]$$

C点のせん断力(材と鉛直な力)を求める

$$Q_C = V_B$$

$$Q_C = 6[kN]$$

C点の曲げモーメント(すべての力対象)を求める

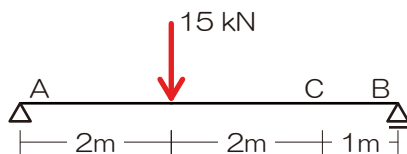
$$M_C = -6 \times 1$$

$$M_C = 6[kNm]$$

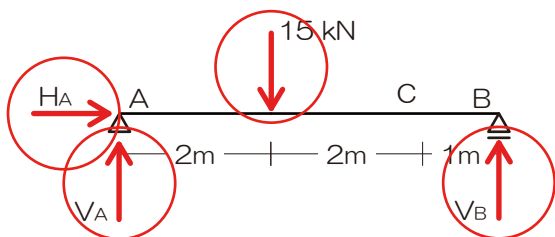
(最後に絶対値標記)

解答: $N_C=0[kN]$ 、 $Q_C=6[kN]$ 、 $M_C=6[kNm]$

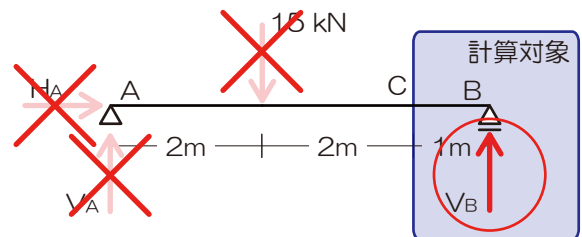
➤ 提案した解法の短所 ⇒ 応力計算と反力計算で対象となる力が変化するので留意



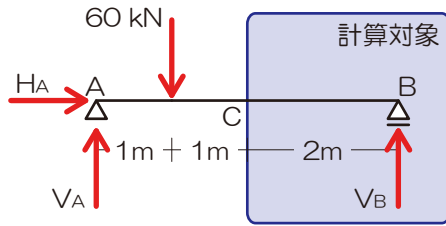
※反力算定: 構造体にかかる【すべての力】が計算対象



※応力算定: 切断後に選択された範囲にある力のみが計算対象



□ 図のような外力を受ける単純梁のC点における曲げモーメントを求めてみましょう



『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】!
- 3) 計算対象を【選択】(計算対象とならなかった力は応力算定時には完全シカトすること!)
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力(通常は反力だね)を求める 図は1)に戻るよ!
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントは作用線が交差ししない全ての力

切断、計算対象は右 ⇒ 反力 V_B を求める

$$M_A = +60 \times 1 - V_B \times 4 = 0$$

$$V_B = 15$$

C点の曲げモーメントは

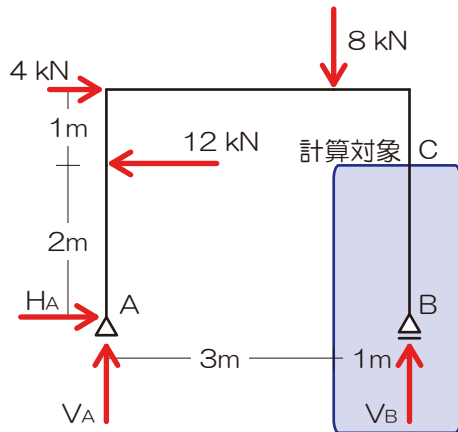
$$M_C = -15 \times 2 = -30$$

$$M_C = 30 [kNm]$$

解答: $M_C = 30 [kNm]$

(C) 静定ラーメンの応力

□ 図のような外力を受ける静定ラーメンにおいて、C点の各応力を求めてみましょう



『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】!
- 3) 計算対象を【選択】(計算対象とならなかった力は応力算定時には完全シカトすること!)
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力(通常は反力だね)を求める 図は1)に戻るよ!
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントは作用線が交差ししない全ての力

C点で切断、計算対象を右とする

V_B を求める

$$M_A = -12 \times 2 + 4 \times 3 + 8 \times 3 - V_B \times 4 = 0$$

$$V_B = 3$$

各応力を求める

$$N_C = -3 [kN]$$

$$Q_C = 0 [kN]$$

$$M_C = 3 \times 0 = 0 [kNm]$$

解答: $N_C = -3 \text{ kN}$, $Q_C = 0 \text{ kN}$, $M_C = 0 \text{ kNm}$



『解法 09』 梁・ラーメンの応力

以下の構造物の A 点における曲げモーメントを求めよ

『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】！
- 3) 計算対象を【選択】
⇒ 今回は左側を選択してみます
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力を求める 図は 1) に戻るよ！

V_A を求める (交点 C に着目)

$$M_C = +V_B \times 12 - 4 \times 9 - 24 \times 3 = 0$$

$$12V_B = -36 - 72$$

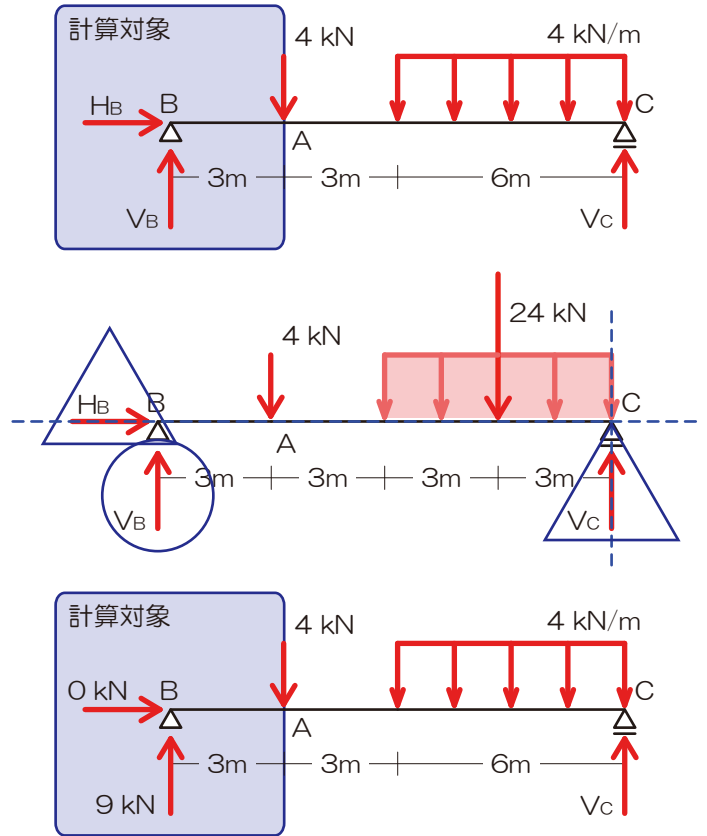
$$V_B = 9[kN]$$

H_A を求める (横方向の力のつり合いに着目)

$$\sum X = H_A = 0[kN]$$

- 5) 曲げモーメントは作用線が交差しない全ての力

$$M_A = +9 \times 3 = 27[kNm]$$



解答: $M_A = 27 \text{ kNm}$

『解法 09』 梁・ラーメンの応力

以下の構造物の C 点における曲げモーメントを求めよ

『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】！
- 3) 計算対象を【選択】
⇒ 今回は左側を選択してみます
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力を求める 図は 1) に戻るよ！

C 点に曲げモーメントの影響をおよぼす反力は H_A のみですね (V_A は距離が 0 でモーメントも 0)

H_A を求める (横方向の力のつり合いに着目)

$$\sum X = H_A - 4 = 0$$

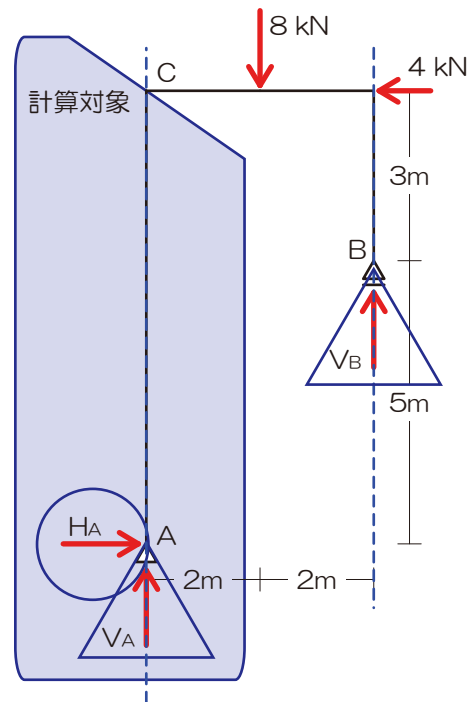
$$H_A = 4[kN]$$

- 5) 曲げモーメントは作用線が交差しない全ての力

$$M_C = -H_A \times 8 + V_A \times 0$$

$$M_C = -4 \times 8$$

$$M_C = 32[kNm]$$



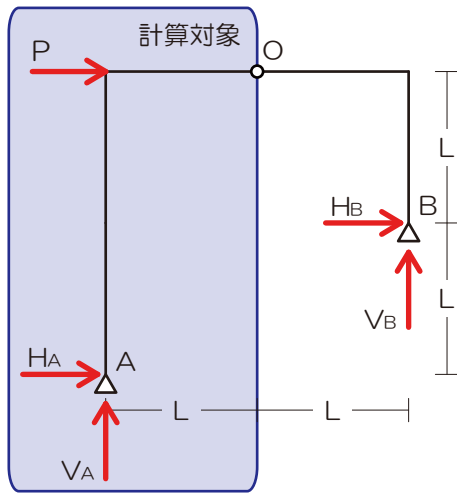
解答: $M_C = 32 \text{ kNm}$



(D) 3ヒンジラーメン

■ 3ヒンジラーメンとは

- 「ヒンジでは曲げモーメントが0になる」を利用 ← ヒンジで構造体を切断、片側の力による曲げモーメントは0
- 以下の構造物のA支点の鉛直反力を求めてみましょう



『解法 10』 3ヒンジラーメン

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
 - 2) ヒンジ点でのモーメント0より反力の1つを消去
 - 3) 以降は力のつり合いより未知力を求める
- O 点の曲げモーメントが0になることより H_A を消去

$$M_O = +V_A \times L - H_A \times 2L = 0$$

$$H_A = \frac{V_A}{2}$$

H_B と V_B の交点 B のモーメントに着目

$$M_B = +V_A \times 2L - \frac{V_A}{2} \times L + P \times L = 0$$

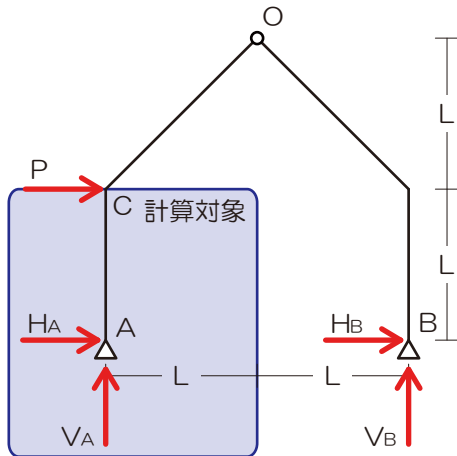
$$\frac{3V_A L}{2} + PL = 0$$

$$V_A = -\frac{2}{3}P$$

解答 : $V_A = -2P/3$

『解法 10』 3ヒンジラーメン

以下の構造物のC点における曲げモーメントを求めよ



O 点の曲げモーメントが0になることより V_A を消去

$$M_O = +V_A \times L - H_A \times 2L - P \times L = 0$$

$$V_A = 2H_A + P$$

『解法 10』 3ヒンジラーメン

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断!
- 3) 計算対象を決定
- 4) もし、未知力が入っていたら、未知力を求める
- 5) 3ヒンジラーメンではピン節点で曲げモーメントが0になることを用いて各計算を行う

H_B と V_B の交点 B のモーメントに着目

$$M_B = +(2H_A + P) \times 2L + P \times L = 0$$

$$H_A = -\frac{3P}{4}$$

C 点の曲げモーメントは

$$M_C = -\frac{3P}{4} \times L$$

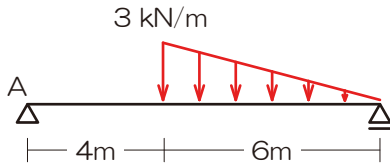
$$M_C = \frac{3PL}{4}$$

解答 : $M_C = 3PL/4$



【要点チェック】

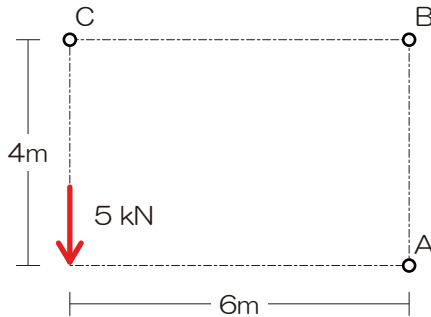
□ 分布荷重を集中荷重へ変換してみましょう（合力の作用線の位置を A 点からの距離で示しましょう）



- 1) 分布荷重に囲まれたエリアをチェック
- 2) 荷重の合計を求める
⇒ 囲まれたエリアの「面積」が荷重の合計
- 3) 荷重の作用点の位置を決定する
⇒ 囲まれたエリアの重心に作用

解答：A 点から 6[m]の位置に下方 9[kN]

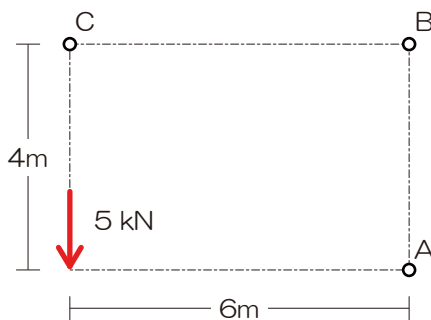
□ B 点のモーメントを求めてみましょう



- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
⇒ 符号の確認もお忘れなく

解答： $M_B = - 30[\text{kNm}]$

□ A・B・Cの各点のうち、モーメントが0となる点はどれでしょう

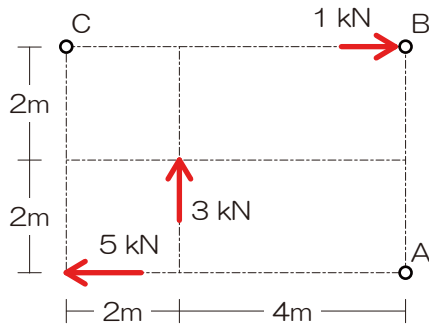


- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
⇒ 符号の確認もお忘れなく

解答：C 点



□ A点のモーメントを求めてみましょう

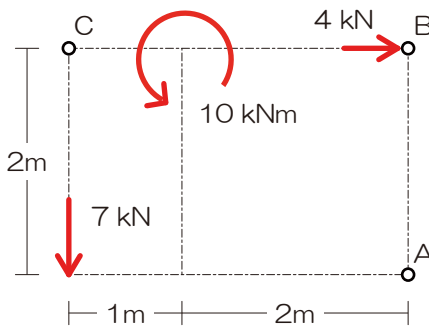


『解法手順 08』モーメント

- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
- 5) 複数の力によるモーメントを合算

解答： $M_A = 16[\text{kNm}]$

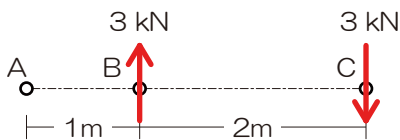
□ C点のモーメントを求めてみましょう



- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
- 5) 複数の力によるモーメントを合算

解答： $M_C = -10[\text{kNm}]$

□ A・B・C各点のモーメントを求めてみましょう

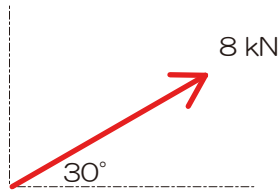


- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
- 5) 複数の力によるモーメントを合算

解答： $M_A = M_B = M_C = 6[\text{kNm}]$



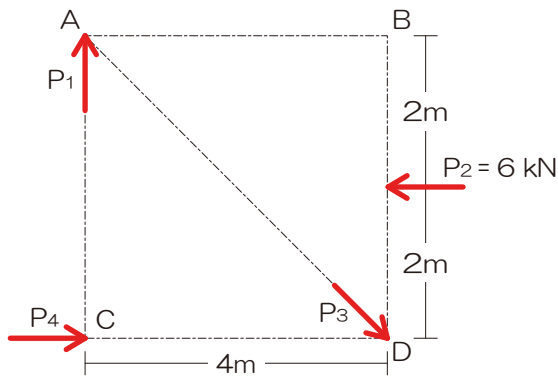
□ 斜めの荷重を縦・横に分解してみましょう



- 1) 分力の予想図を作成
- 2) ちっこい三角形を検討
- 3) 比の計算より鉛直・水平の荷重を算定

解答：鉛直 = 4 kN (上)、水平 = $4\sqrt{3}$ kN (右)

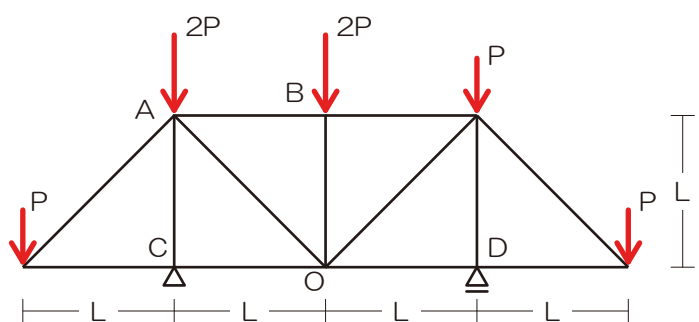
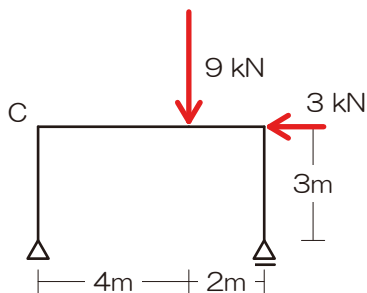
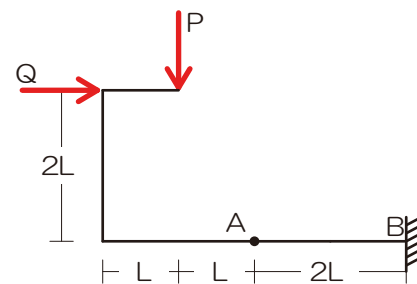
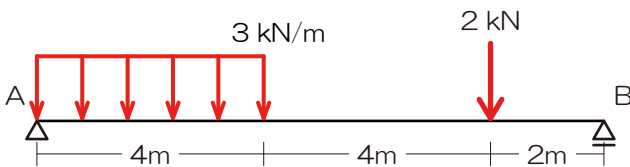
□ 未知の荷重 P_1 の値を求めてみましょう



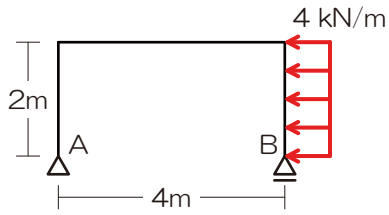
- 1) 求めたい未知力 (ターゲット) を○チェック
- 2) ターゲット以外の未知力を△チェック
- 3) ターゲット以外の未知力の作用線を図示
- 4) 上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメントに着目、平行なら⇒直行する軸のつり合いに着目

解答： $P_1 = 3$ kN (上)

□ 各支点の反力を図示してみましょう



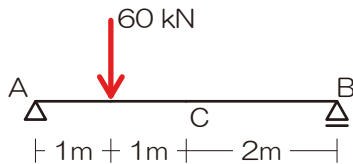
□ 梁の支点反力を求めてみましょう（単純ラーメン）



- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 求めたい未知力（ターゲット）を○チェック
- 3) ターゲット以外の未知力を△チェック
- 4) ターゲット以外の未知力の作用線を図示
- 5) 上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメント、
交差しないなら⇒直行する軸のつり合い
- 6) 残りの反力はそれ以外のカードを用いる

解答： $V_A = 2 \text{ kN}$ 、 $H_A = 8 \text{ kN}$ 、 $V_B = -2 \text{ kN}$

□ 図のような外力を受ける単純梁のC点における曲げモーメントを求めてみましょう



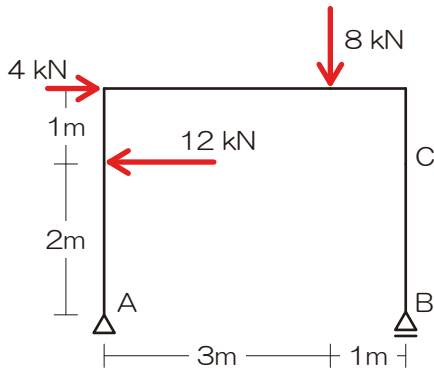
『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】！
- 3) 計算対象を【選択】（計算対象とならなかった力は応力算定時には完全シカトすること！）
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力（通常は反力だね）を求める 図は 1) に戻るよ！
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントは作用線が交差しない全ての力

解答： $M_C = 30 \text{ [kNm]}$



□ 図のような外力を受ける静定ラーメンにおいて、C点の各応力を求めてみましょう



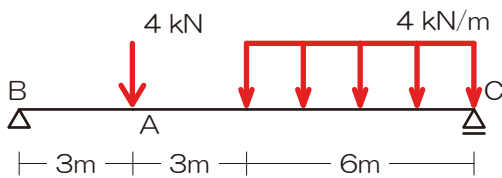
『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】！
- 3) 計算対象を【選択】（計算対象とならなかった力は応力算定時には完全シカトすること！）
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力（通常は反力だね）を求める 図は 1) に戻るよ！
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントは作用線が交差しない全ての力

解答： $N_C = -3 \text{ kN}$ 、 $Q_C = 0 \text{ kN}$ 、 $M_C = 0 \text{ kNm}$

『解法 09』 梁・ラーメンの応力

以下の構造物の A 点における曲げモーメントを求めよ



『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

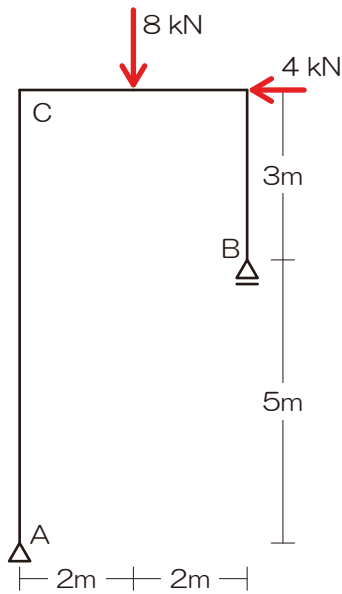
- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】！
- 3) 計算対象を【選択】
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力を求める 図は 1) に戻るよ！
- 5) 曲げモーメントは作用線が交差しない全ての力

解答： $M_A = 27 \text{ kNm}$



『解法 09』 梁・ラーメンの応力

以下の構造物の C 点における曲げモーメントを求めよ



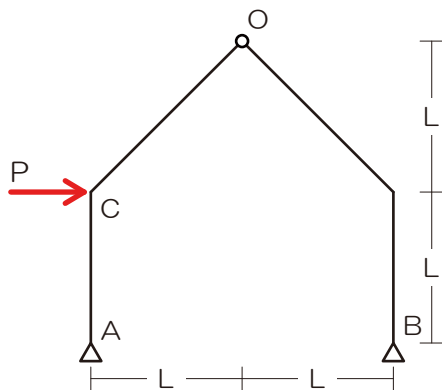
『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】！
- 3) 計算対象を【選択】
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力を求める 図は 1) に戻るよ！
- 5) 曲げモーメントは作用線が交差しない全ての力

解答： $M_A = 32 \text{ kNm}$

『解法 10』 3 ヒンジラーメン

以下の構造物の C 点における曲げモーメントを求めよ



『解法 10』 3 ヒンジラーメン

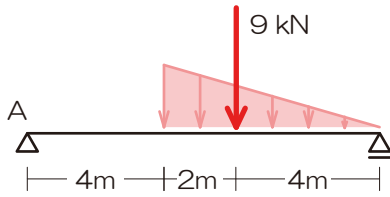
- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断！
- 3) 計算対象を決定
- 4) もし、未知力が入っていたら、未知力を求める
- 5) 3ヒンジラーメンではヒンジ点でのモーメント0より反力の1つを消去
- 6) 以降は通常のカのつり合いにて未知力算定

解答： $M_C = 3PL/4$



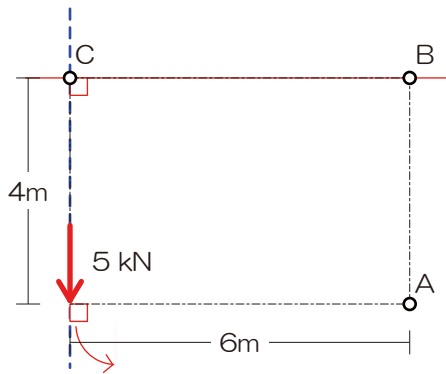
《解答》

□ 分布荷重を集中荷重へ変換してみましょう（合力の作用線の位置を A 点からの距離で示しましょう）



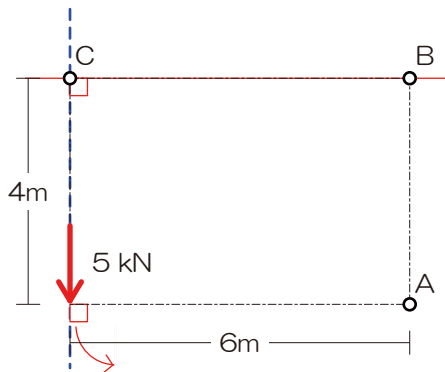
- 1) 分布荷重に囲まれたエリアをチェック
 - 2) 荷重の合計を求める
⇒ 囲まれたエリアの「面積」が荷重の合計
 - 3) 荷重の作用点の位置を決定する
⇒ 囲まれたエリアの重心に作用
- $$P = 6 \times 3 \div 2$$
- $$P = 9[kN]$$

□ B 点のモーメントを求めてみましょう



- 1) 作用線を図示
 - 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
 - 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
 - 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
⇒ 符号の確認もお忘れなく
- $$M_B = -5 \times 6$$
- $$M_B = 30[kNm]$$

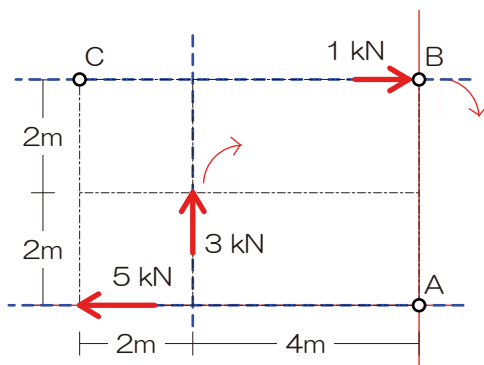
□ A・B・Cの各点のうち、モーメントが0となる点はどれでしょう



- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す

C 点

□ A 点のモーメントを求めてみましょう

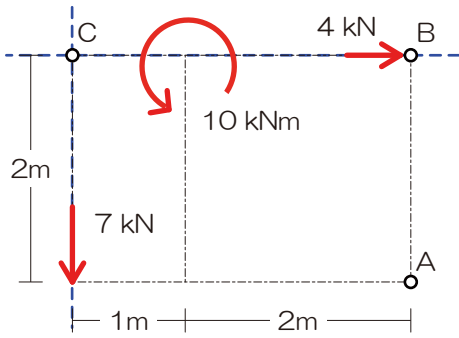


『解法手順 08』 モーメント

- 1) 作用線を図示
 - 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
 - 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
 - 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
 - 5) 複数の力によるモーメントを合算
- $$M_A = +3 \times 4 + 1 \times 4$$
- $$M_A = 16[kNm]$$



□ C点のモーメントを求めてみましょう

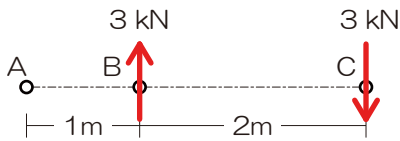


- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
- 5) 複数の力によるモーメントを合算

$$M_C = 7 \times 0 + 4 \times 0 - 10$$

$$M_C = -10 [kNm]$$

□ A・B・C各点のモーメントを求めてみましょう



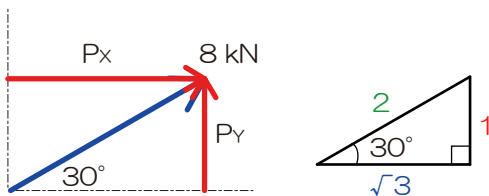
- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
- 5) 複数の力によるモーメントを合算

$$M_A = -3 \times 1 + 3 \times 3 = 6 [kNm]$$

$$M_B = 3 \times 0 + 3 \times 2 = 6 [kNm]$$

$$M_C = 3 \times 2 + 3 \times 0 = 6 [kNm]$$

□ 斜めの荷重を縦・横に分解してみましょう

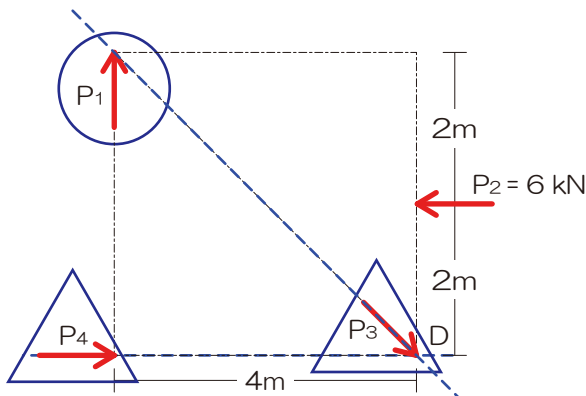


- 1) 分力の予想図を作成
- 2) ちっこい三角形を検討
- 3) 比の計算より鉛直・水平の荷重を算定

$$\text{縦成分: } P_y = 8 \times \frac{1}{2} = 4 kN$$

$$\text{横成分: } P_x = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} kN$$

□ 未知の荷重 P_1 の値を求めてみましょう



- 1) 求めたい未知力(ターゲット)を○チェック
- 2) ターゲット以外の未知力を△チェック
- 3) ターゲット以外の未知力の作用線を図示
- 4) 上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメントに着目、平行なら⇒直行する軸のつり合いに着目

P_1 を求める ⇒ P_3 と P_4 の交点 (D点) に着目

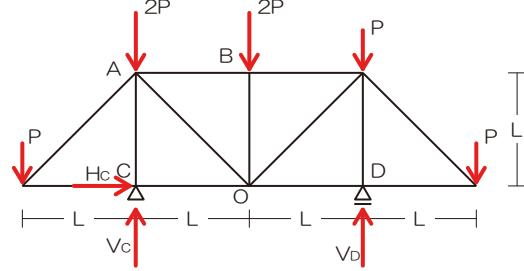
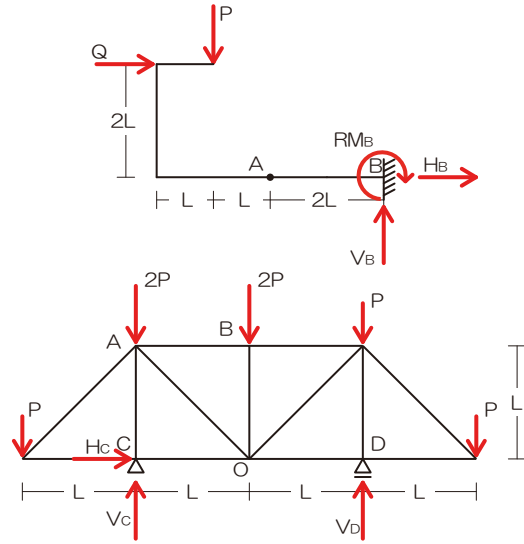
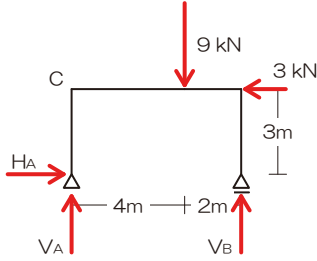
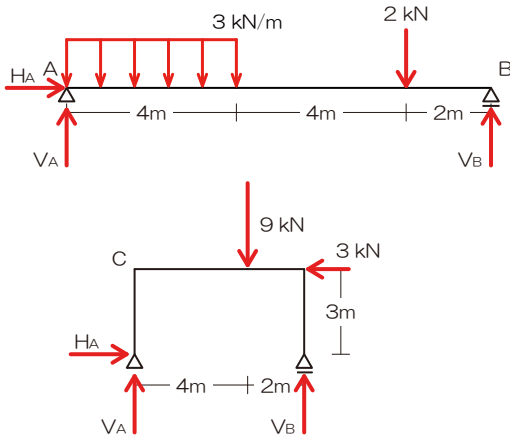
$$M_D = +P_1 \times 4 - 6 \times 2 = 0$$

$$4P_1 = 12$$

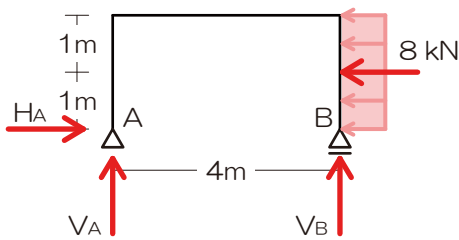
$$P_1 = 3 [kN]$$



□ 各支点の反力を図示してみましょう



□ 梁の支点反力を求めてみましょう（単純ラーメン）



反力を図示し、ターゲットを V_A とする
 H_A と V_B の交点である B 点のモーメントに着目

$$M_B = +V_A \times 4 - 8 \times 1 = 0$$

$$4V_A = 8$$

$$V_A = 2[kN]$$

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 求めたい未知力（ターゲット）を○チェック
- 3) ターゲット以外の未知力を△チェック
- 4) ターゲット以外の未知力の作用線を図示
- 5) 上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメント、
交差しないなら⇒直行する軸のつり合い
- 6) 残りの反力はそれ以外のカードを用いる

縦方向の力のつり合いより

$$\sum Y = +V_A + V_B = 0$$

$$2 + V_B = 0$$

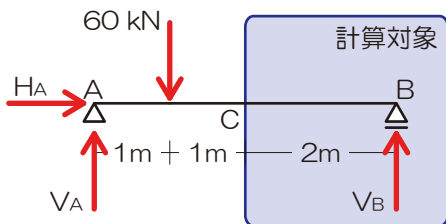
$$V_B = -2[kN]$$

横方向の力のつり合いより

$$\sum X = +H_A - 8 = 0$$

$$H_A = 8[kN]$$

□ 図のような外力を受ける単純梁の C 点における曲げモーメントを求めてみましょう



『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】！
- 3) 計算対象を【選択】（計算対象とならなかった力は応力算定時には完全シカトすること！）
- 4) もし、未知力が入っていたら、未知力を求める
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントは作用線が交差しない全ての力

切断、計算対象は右 ⇒ 反力 V_B を求める

$$M_A = +60 \times 1 - V_B \times 4 = 0$$

$$V_B = 15$$

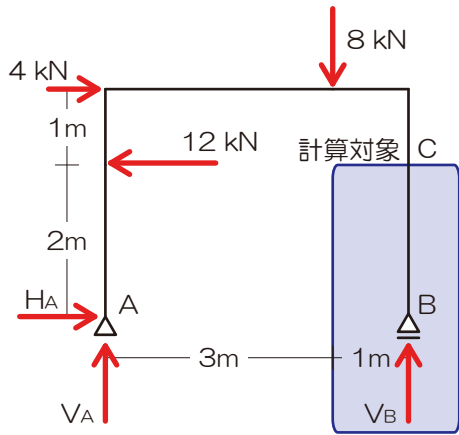
C 点の曲げモーメントは

$$M_C = -15 \times 2 = -30$$

$$M_C = 30[kNm]$$



□ 図のような外力を受ける静定ラーメンにおいて、C 点の各応力を求めてみましょう



C 点で切断、計算対象を右とする

V_B を求める

$$M_A = -12 \times 2 + 4 \times 3 + 8 \times 3 - V_B \times 4 = 0$$

$$V_B = 3$$

『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】！
- 3) 計算対象を【選択】（計算対象とならなかった力は応力算定時には完全シカトすること！）
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力（通常は反力だね）を求める 図は 1) に戻るよ！
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントは作用線が交差しない全ての力

各応力を求める

$$N_C = -3[kN]$$

$$Q_C = 0[kN]$$

$$M_C = 3 \times 0 = 0[kNm]$$

『解法 09』 梁・ラーメンの応力

以下の構造物の A 点における曲げモーメントを求めよ

『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】！
- 3) 計算対象を【選択】
⇒ 今回は左側を選択してみます
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力を求める 図は 1) に戻るよ！

V_A を求める（交点 C に着目）

$$M_C = +V_B \times 12 - 4 \times 9 - 24 \times 3 = 0$$

$$12V_B = -36 - 72$$

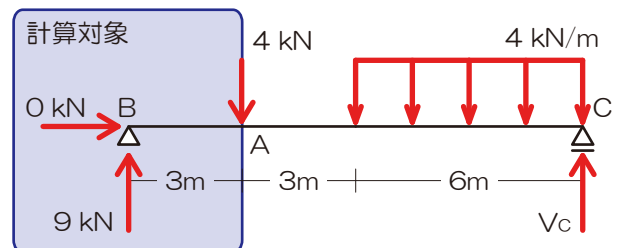
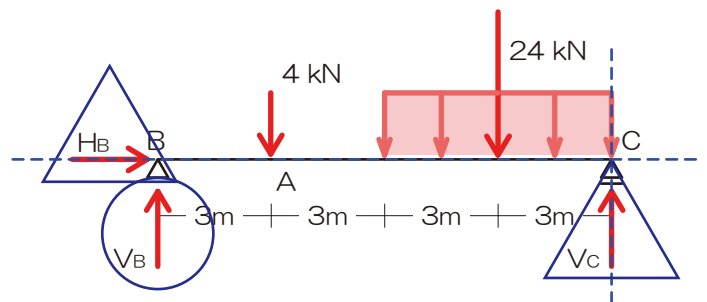
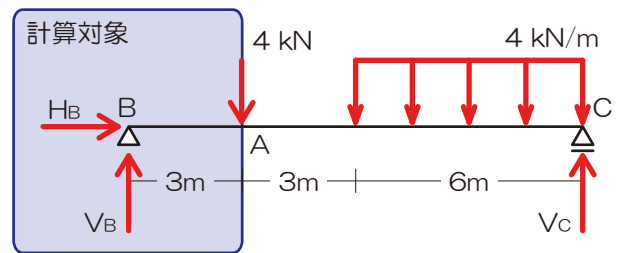
$$V_B = 9[kN]$$

H_A を求める（横方向の力のつり合いに着目）

$$\sum X = H_A = 0[kN]$$

- 5) 曲げモーメントは作用線が交差しない全ての力

$$M_A = +9 \times 3 = 27[kNm]$$



『解法 09』 梁・ラーメンの応力

以下の構造物の C 点における曲げモーメントを求めよ

『解法手順 09』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
 - 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】！
 - 3) 計算対象を【選択】
- ⇒ 今回は左側を選択してみます
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力を求める 図は 1) に戻るよ！

C 点に曲げモーメントの影響をおよぼす反力は H_A のみですね (V_A は距離が 0 でモーメントも 0)

H_A を求める (横方向の力のつり合いに着目)

$$\sum X = H_A - 4 = 0$$

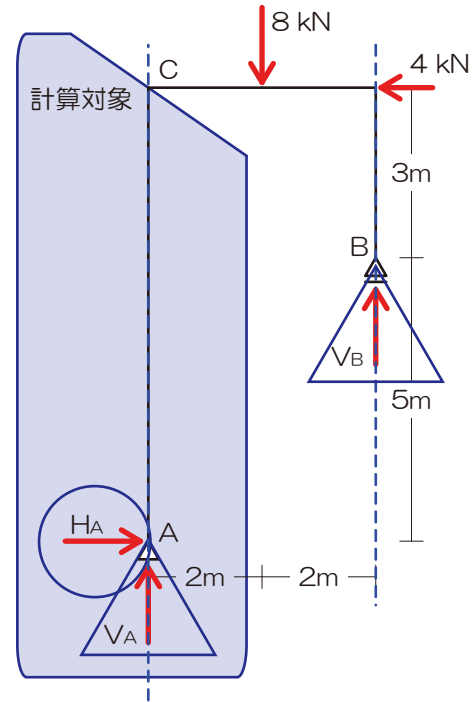
$$H_A = 4[kN]$$

- 5) 曲げモーメントは作用線が交差しない全ての力

$$M_C = -H_A \times 8 + V_A \times 0$$

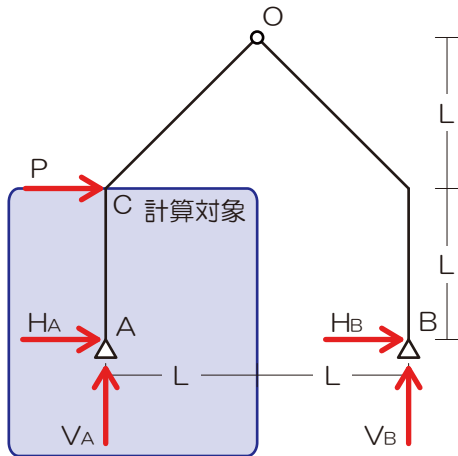
$$M_C = -4 \times 8$$

$$M_C = 32[kNm]$$



『解法 10』 3 ヒンジラーメン

以下の構造物の C 点における曲げモーメントを求めよ



O 点の曲げモーメントが 0 になることより V_A を消去

$$M_O = +V_A \times L - H_A \times 2L - P \times L = 0$$

$$V_A = 2H_A + P$$

『解法 10』 3 ヒンジラーメン

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断！
- 3) 計算対象を決定
- 4) もし、未知力が入っていたら、未知力を求める
- 5) 3 ヒンジラーメンではピン節点で曲げモーメントが 0 になることを用いて各計算を行う

H_B と V_B の交点 B のモーメントに着目

$$M_B = +(2H_A + P) \times 2L + P \times L = 0$$

$$H_A = -\frac{3P}{4}$$

C 点の曲げモーメントは

$$M_C = -\frac{3P}{4} \times L$$

$$M_C = \frac{3PL}{4}$$

【memo】



