

【本日の目標 3】注：青字（例題 01 など）⇒応用力養成講座サブテキスト、緑字（過去問 01 など）⇒応用力養成講座演習プリント、赤字（350/01 など）⇒キーワード別問題集、「-」は出題なし、以下同様です

(1) トラス ← トラス部材の「応力」を求めることができる

H27	H26	H25	H24	H23	H22	H21	H20
例題 12	過去問 30	過去問 31	過去問 32	過去問 33	崩壊ハ	過去問 34	過去問 35
H19	H18	H17	H16	H15	H14	H13	H12
過去問 36	過去問 37	過去問 38	過去問 39	過去問 03	過去問 40	過去問 41	過去問 42

(2) 合成ラーメン ← 合成ラーメンにおける任意の部材の「応力」を求めることができる

H27	H26	H25	H24	H23	H22	H21	H20
-	-	例題 13	過去問 43	過去問 44	-	-	荷重分配ハ
H19	H18	H17	H16	H15	H14	H13	H12
-	-	-	-	過去問 45	-	-	-

(3) たわみの公式 ← 「たわみの公式」を暗記し、簡単なたわみの問題を解くことができる

H27	H26	H25	H24	H23	H22	H21	H20
-	例題 14	過去問 46	-	過去問 47	過去問 48	過去問 49	-
H19	H18	H17	H16	H15	H14	H13	H12
-	過去問 50	過去問 51	過去問 52	-	過去問 53	過去問 54	-

表 1 力学分野の出題傾向

注：表中の番号は出題時の問題番号		コスバ	10年	H27	H26	H25	H24	H23	H22	H21	H20	H19	H18	
1	断面の性質	中立軸	★★	0%										
2		断面 2 次 M・断面係数	★★	50%	1	2				6	1	1	1	
3	応力度	垂直応力度（塑性状態）	★★	30%		1				5	1			
4	ひずみ	ひずみ	★★	10%							5			
5	座屈	座屈長さ・弾性座屈荷重	★★★	50%			6		6	6		6	6	
6	振動	固有周期	★★	40%		7	7	7				7		
7	判別	静定・不静定の判別	★★	10%								6		
8	力	モーメント	★★	10%	6							6		
9	応力	梁・ラーメンの応力	★★★	50%	2	3	2					2	3	
10		3 ヒンジラーメン	★★	50%	3		3		4	3			4	
11		ラーメンの応力図	★★★	30%			3			3			5	
12		トラス	★★★★	100%	5	5	5	4	5	5	5	5	4	5
13		合成ラーメン	★	40%			6	5	6				3	
14	たわみ	たわみの公式	★★★★	60%		2	2		2	2			3	
15		不静定構造物の反力	★	20%	2								2	
16		水平荷重の分配	★	30%		6			3				3	
17	不静定	不静定ラーメンの応力	★	20%		4		4						
18	層間変形	層間変形	★★	10%						4				
19	全塑性	全塑性モーメント	★★	50%			1	1	1	1				
20	崩壊	崩壊荷重	★★	70%	4	4	4		4	5		4	2	



## 1.2.4 静定トラス

### (A) トラス応力についての原則

#### ■ ゼロメンバー

- 節点法の解法より、応力が生じない部材を一撃で選別することが可能です



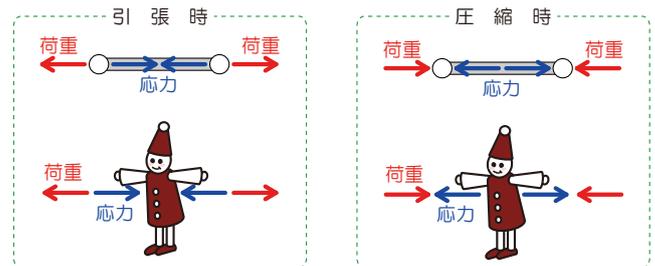
### (B) トラス応力を求めるときの仮定

#### ■ トラスに生じる応力

- 曲げモーメントが生じない場合にはせん断力も生じない ⇒ 軸方向力のみ
- 「トラスの応力を求めよ」＝軸方向力を求めなさいって意味です

#### ■ 荷重と応力の向き

- 引張られた際には応力は「内側」を向き、潰された（圧縮された）際には「外側」を向きます



### (C) トラスの解法

#### ■ 切断法

- 建築士試験において最も一般的な解法
- 前回学んだ応力の求め方（【応力】は【切断】し、いずれかを【選択】する）とほぼ同じ

#### ■ 節点法

- 任意の節点（もしくは支点）に着目し、その点に作用する力（荷重・反力・応力）のつり合い式を用いて未知力を求める
- ただし、使えるつり合い式は、縦の力の合計が0もしくは横の力の合計が0の2つのみであるので選択した節点への力のうち未知のものが3つ以上あると使えない

#### ■ 図解法

- 節点法と同様に任意の節点（もしくは支点）に着目し、その点に作用する力（荷重・反力・応力）のつり合いを図に示しながら未知力を求める方法、正確な作図が要求されるので、建築士試験では採用する人はほぼいない（ハズ…）



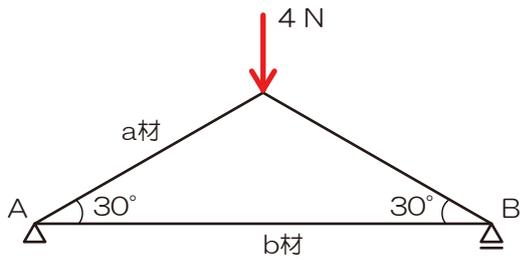
● 節点法で部材に生ずる力（応力）を求める

■ 節点法とは

- 任意の支点・節点を【えぐり取って】、その点のみに作用する力のつり合いより未知の応力を求める解法
- 【えぐり取った】際には、くっ付いている部材分だけ【生じる可能性のある応力を図示】
- 部材の少ない支点・節点から計算を始めないと解けないので注意！

『解法 12-1』 トラスの応力（節点法）

以下のトラスの各部材の応力を求めてみましょう



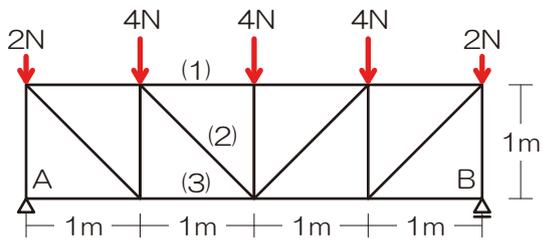
解答： $N_a = -4$ 、 $N_b = 2\sqrt{3}$



- 切断法で部材に生ずる力（応力）を求める

『解法 12-2』 トラスの応力（切断法）

以下のトラスの部材（1）、（2）、（3）の応力を求めてみましょう



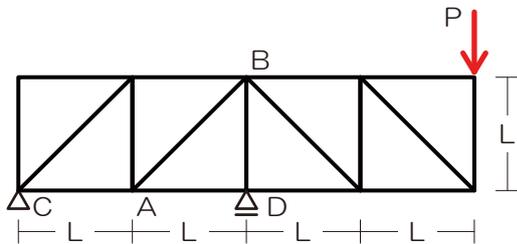
解答： $N_1 = -8[N]$ 、 $N_2 = 2\sqrt{2}[N]$ 、 $N_3 = 6[N]$



【例題 12】トラスの応力

H27	H26	H25	H24	H23	H22	H21	H20
例題 12	過去問 30	過去問 31	過去問 32	過去問 33	崩壊へ	過去問 34	過去問 35
H19	H18	H17	H16	H15	H14	H13	H12
過去問 36	過去問 37	過去問 38	過去問 39	過去問 03	過去問 40	過去問 41	過去問 42

図のような鉛直荷重  $P$  を受けるトラスにおいて、部材 AB に生じる軸方向力を求めよ。ただし、軸方向力は引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。【H27】



【解法 12】トラスの応力

- 1) 反力を図示
- 2) 【切断】面を決定 ⇒ 計算対象側を【選択】
- 3) 切断された部材内の応力を仮定
- 4) 力のつり合いにて未知力を算定

解答：  $N_{AB} = \sqrt{2}P$

【ポイント】

- ✓ トラスの解法は切断法がオススメ
- ✓ 部材 3 本で切断（2 本でも良いけど…）、切断された部材に取り残された応力を図示しましょう

【【CAUTION】】 トラス部材の変形（ひずみ）平成 16/21 年

- ✓ 部材に生じる軸方向力とヤング係数等よりひずみ（伸び/縮み）を求める（解説は次ページ）

【【CAUTION】】 トラスと応力度 平成 22 年

- ✓ 崩壊を謳っていますが、実はただの応力度の問題です（詳しくは演習問題解説）

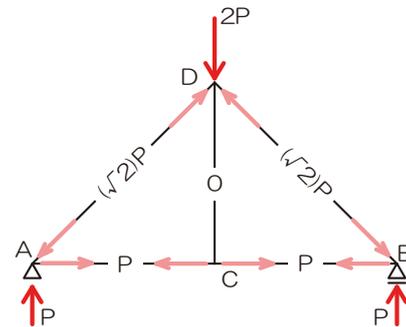
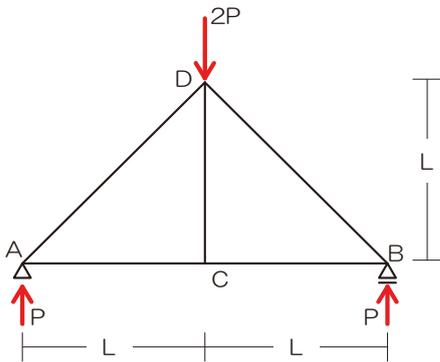


【オプション】仮想仕事の原理によるトラス構造の変形の算定（平成 16、21 年）

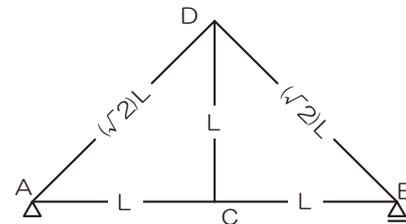
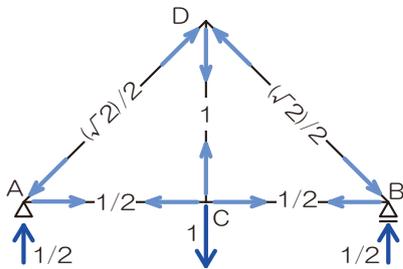
複数の部材で構成される構造物における荷重時に生じる変位を求める際には、各々の部材の変化量のみならず、部材の位置や角度に応じた増減を加味して変化量を検討する必要があります…。したがって、本来求める変化量は、前述の各部材の変化量（ $\Delta l$ ）に部材ごとの係数（ $\bar{N}$ ）を乗じて求めることとなります\*1。なお、変化量の係数は変位を求める点に、変位を求める方向に荷重 1 をかけた際の各部材の軸方向力に相当します。最終的には、すべての部材の変化量を合算し\*2、全体の変位とし、同解法は【仮想仕事の原理】と呼ばれています。以下の例題で実際に計算を行なってみよう。

$$\text{部材ごとの変化量}^*1 \Delta l = \frac{Nl}{AE} \times \bar{N} \quad \text{すべての変化量}^*2 \delta = \sum \Delta l = \sum \frac{Nl}{AE} \times \bar{N}$$

D 点に荷重 2P がかった場合の C 点の鉛直方向の変位を求めよ。なお、各部材の断面積は A、ヤング係数は E とする。



2) C 点に鉛直方向の荷重 1 のみを加えて、各部材の係数  $\bar{N}$  を求めよ。 3) 各部材の材長  $l$  も併せて示す



各部材の変化量を求め、合算し、全体の変位を求める

部材	$N$	$\bar{N}$	$l$	$A$	$E$	$\Delta l$
AC 材	P	1/2	L	A	E	$PL/(2AE)$
AD 材	$(\sqrt{2})P$	$(\sqrt{2})/2$	$(\sqrt{2})L$	A	E	$(\sqrt{2})PL/(AE)$
DC 材	0	1	L	A	E	0
BD 材	$(\sqrt{2})P$	$(\sqrt{2})/2$	$(\sqrt{2})L$	A	E	$(\sqrt{2})PL/(AE)$
BC 材	P	1/2	L	A	E	$PL/(2AE)$

$$\Sigma \quad (1+2\sqrt{2}) PL/(AE)$$

平成 16、21 年の問題はともに横架材の  $\bar{N}$  が 1 のみとなる場合だったために、余計な計算が無かったのです…。これまでに対象となる部材のが 1 以外となる問題は出題されていませんが、今後はどうなるのでしょうか…？



☆ 合成ラーメン (合成骨組み)

(A) 合成ラーメンの解法

☆1 ピン節点に着目し求める

➤ ピン節点には曲げモーメントが生ない ⇒ その点で構造物を切断し曲げモーメントが0を用いて解を進めましょう

☆2 両端ピンの部材に着目

➤ 両端ピンの部材に生じる応力は軸方向力のみ ⇒ 取り残される応力を仮定して (トラスのように) 情報を追加

☆3 応力図をヒントに求める

➤ 応力図より応力を読み取る ⇒ クルクルドンの知識を用いて未知の力を求めましょう

『例題 13』 合成ラーメン

H27	H26	H25	H24	H23	H22	H21	H20
-	-	例題 13	過去問 43	過去問 44	-	-	荷重分配へ
H19	H18	H17	H16	H15	H14	H13	H12
-	-	-	-	過去問 45	-	-	-

図-1 のような構造物に水平荷重  $P$  が作用したときのせん断力図として正しいものは、次のうちどれか。ただし、せん断力の符号は図-2 に示した向きを「+」とする。【H25】

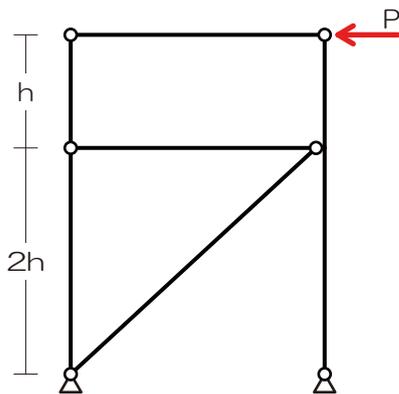


図 - 1

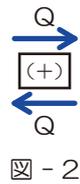
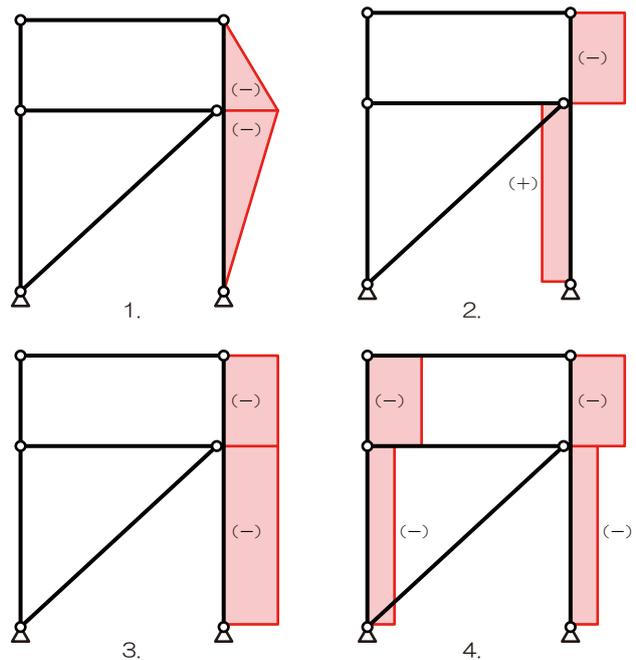


図 - 2



『解法 12』 合成ラーメン

- ☆1 ピン節点に着目
- ☆2 両端ピンの部材
- ☆3 応力図

2.

【ポイント】

- ✓ 合成ラーメンの問題は最難関…
- ✓ 「ピン節点」「両端ピン部材」「応力図」の情報を頼りに、無理やり答えを導きましょう



## 1.2.5 不静定構造物と変形

### (A) はりの変形

#### ■ 部材の変形

➤ 部材のたわみ・たわみ角 ⇒ たわみとは：構造材に荷重がかかった際に生じるわん曲（たわみとたわみ角がある）

□ たわみ： $\delta_{\max} = \alpha \frac{Pl^3}{EI}$ （集中荷重）、 $\delta_{\max} = \alpha \frac{wl^4}{EI}$ （分布荷重）

□ たわみ角： $\theta_A = \beta \frac{Pl^2}{EI}$ （集中荷重）、 $\theta_A = \beta \frac{wl^3}{EI}$ （分布荷重）

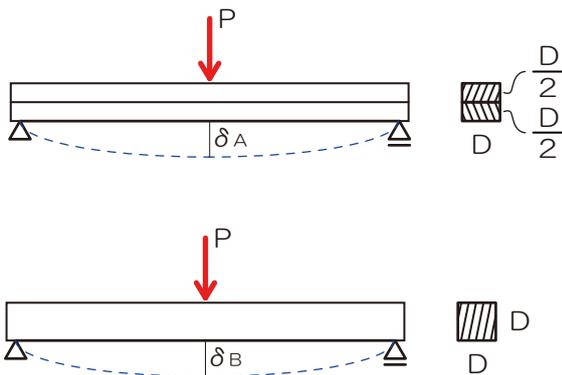
#### 『例題 14-1』 たわみ（公式直接代入・公式変形型）

H27	H26	H25	H24	H23	H22	H21	H20
-	例題 14	過去問 46	-	過去問 47	過去問 48	過去問 49	-
H19	H18	H17	H16	H15	H14	H13	H12
-	過去問 50	過去問 51	過去問 52	-	過去問 53	過去問 54	-

図のような材料とスパンが同じで、断面が異なる単純梁 A 及び B の中央に集中荷重 P が作用したとき、梁 A の曲げによる中央たわみ  $\delta_A$  と梁 B の曲げによる中央たわみ  $\delta_B$  の比を求めよ。ただし、梁は弾性を保ち、自重は考慮しないものとする。また、梁 A は重ね梁で、接触面の摩擦は考慮しないものとする。【H26】

#### 『解法 14-1』 たわみ（公式直接代入・公式変形型）

##### 1) 公式に代入



$$\delta_A : \delta_B = 4 : 1$$

#### [ポイント]

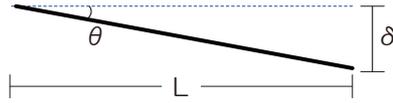
- ✓ 公式必須！
- ✓ 基本形から外れる場合は、基本形が採用できる形に分解



■ たわみと傾き合成型

➤ 部材の傾きによってもたわみは生じます

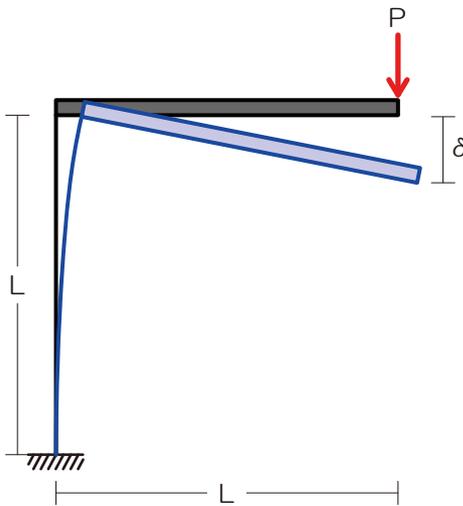
□  $\delta = L \times \theta$



『例題 14-2』 たわみ (たわみと傾き合成型)

H27	H26	H25	H24	H23	H22	H21	H20
-	例題 14	過去問 46	-	過去問 47	過去問 48	過去問 49	-
H19	H18	H17	H16	H15	H14	H13	H12
-	過去問 50	過去問 51	過去問 52	-	過去問 53	過去問 54	-

図のような荷重Pを受けるラーメンにおいて、荷重Pによって生じる材端の鉛直方向の変位を求めよ。ただし、梁は剛体とし、柱のヤング係数をE、断面2次モーメントをIとし、部材の軸方向の変形は無視するものとする。【H18】



『解法 14-2』 たわみ (たわみと傾き合成型)

- 1) 変形の様子を正確に図示
- 2) たわみ・たわみ角を求める
- 3) たわみを求める

PL<sup>3</sup>/ (EI)

[ポイント]

- ✓ 図は正確に…
- ✓ 傾きから変形 (たわみ) を求めることも可能です (ただし、公式が採用できるのは微小角の場合のみね)

■ たわみ量を求める問題の出題傾向

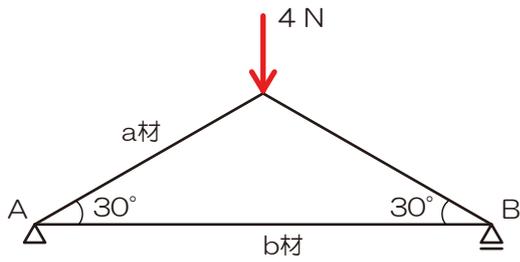
H27	H26	H25	H24	H23	H22	H21	H20
-	公式代入	公式代入	-	公式代入	公式代入	公式代入	-
H19	H18	H17	H16	H15	H14	H13	H12
-	傾き合成	公式代入	公式代入	-	傾き合成	傾き合成	-



[[復習]]

『解法 12-1』 トラスの応力（節点法）

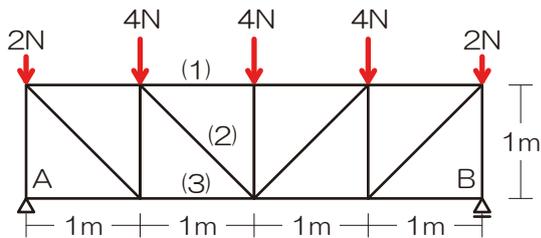
以下のトラスの各部材の応力を求めてみましょう



解答 :  $N_a = -4$ 、 $N_b = 2\sqrt{3}$

『解法 12-2』 トラスの応力（切断法）

以下のトラスの部材（1）、（2）、（3）の応力を求めてみましょう

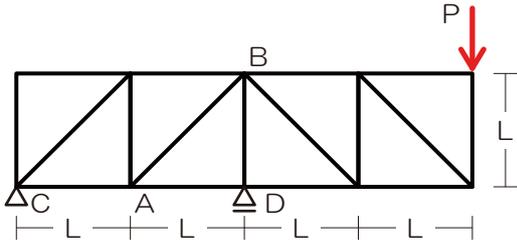


解答 :  $N_1 = -8[N]$ 、 $N_2 = 2\sqrt{2}[N]$ 、 $N_3 = 6[N]$



『例題 12』 トラスの応力

図のような鉛直荷重  $P$  を受けるトラスにおいて、部材 AB に生じる軸方向力を求めよ。ただし、軸方向力は引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。【H27】



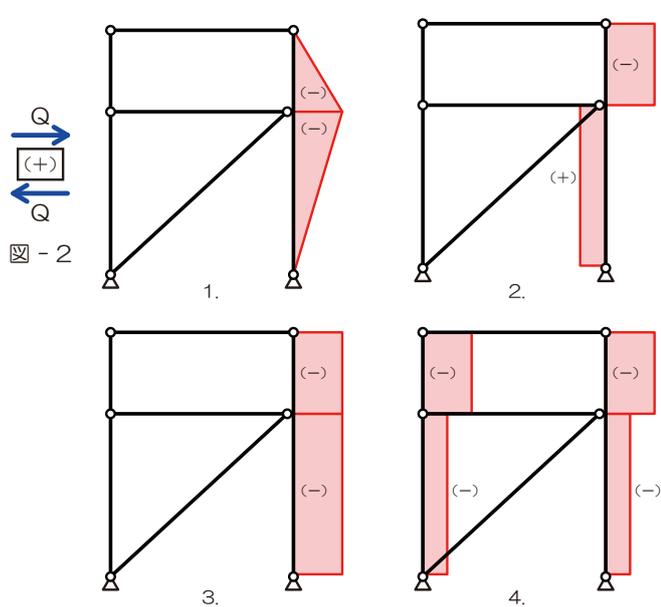
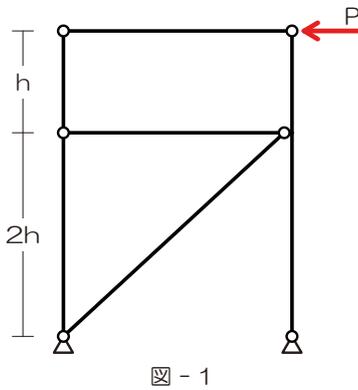
『解法 12』 トラスの応力

- 1) 反力を図示【切断】面を決定 ⇒ 計算対象側を【選択】
- 2) 切断された部材内の応力を仮定
- 3) 力のつり合いにて未知力を算定

解答： $N_{AB} = \sqrt{2}P$

『例題 13』 合成ラーメン

図-1 のような構造物に水平荷重  $P$  が作用したときのせん断力図として正しいものは、次のうちどれか。ただし、せん断力の符号は図-2 に示した向きを「+」とする。【H25】



『解法 12』 合成ラーメン

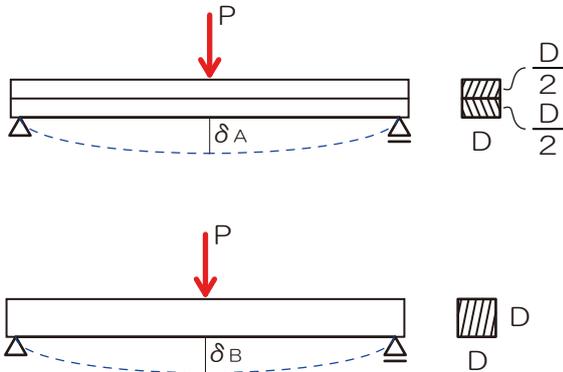
- ☆1 ピン節点に着目
- ☆2 両端ピンの部材
- ☆3 応力図

『例題 14-1』 たわみ（公式直接代入・公式変形型）

図のような材料とスパンが同じで、断面が異なる単純梁 A 及び B の中央に集中荷重 P が作用したとき、梁 A の曲げによる中央たわみ  $\delta_A$  と梁 B の曲げによる中央たわみ  $\delta_B$  の比を求めよ。ただし、梁は弾性を保ち、自重は考慮しないものとする。また、梁 A は重ね梁で、接触面の摩擦は考慮しないものとする。【H26】

『解法 14-1』 たわみ（公式直接代入・公式変形型）

2) 公式に代入



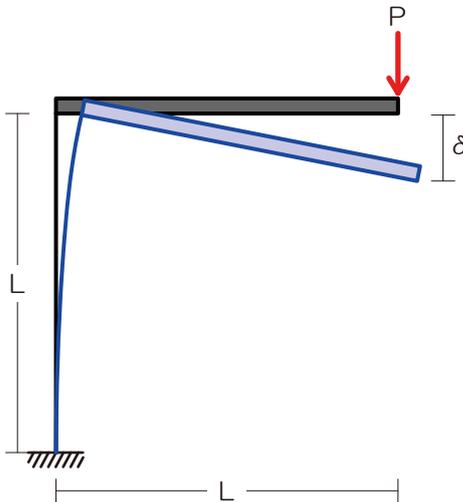
$$\delta_A : \delta_B = 4 : 1$$

『例題 14-2』 たわみ（たわみと傾き合成型）

図のような荷重 P を受けるラーメンにおいて、荷重 P によって生じる材端の鉛直方向の変位を求めよ。ただし、梁は剛体とし、柱のヤング係数を E、断面 2 次モーメントを I とし、部材の軸方向の変形は無視するものとする。【H18】

『解法 14-2』 たわみ（たわみと傾き合成型）

- 4) 変形の様子を正確に図示
- 5) たわみ・たわみ角を求める
- 6) たわみを求める



PL<sup>3</sup>/ (EI)

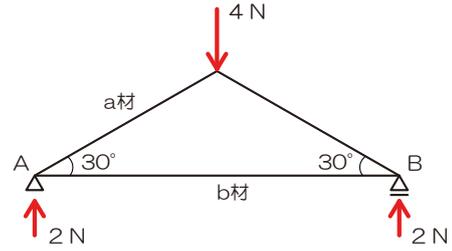


《解答》

『解法 12-1』 トラスの応力（節点法）

以下のトラスの各部材の応力を求めてみましょう

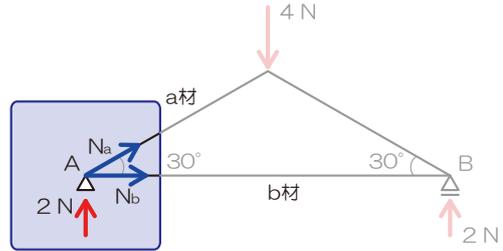
1) 生じる可能性のある反力を図示



2) 任意の支点・節点をえぐり取る

3) 生じる可能性のある応力を仮定

⇒ 必ず支点・節点からベクトル表記



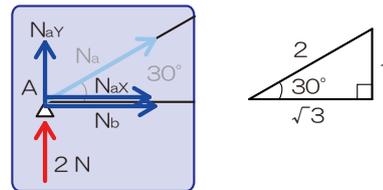
4) 荷重・反力と仮定した応力のつり合い条件より未知の応力を算定

⇒ 使えるつり合い式は  $\sum X = 0$ 、 $\sum Y = 0$  のみ

斜めの荷重をたて・横に分力しておきます

$$N_{ay} = N_a \times \frac{1}{2}$$

$$N_{ax} = N_a \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$



縦方向の力の釣り合いより

$$\sum Y = +2 + N_{ay} = 0$$

$$+2 + \frac{N_a}{2} = 0$$

$$N_a = -4[N]$$

横方向の力の釣り合いより

$$\sum X = +N_{ax} + N_b = 0$$

$$N_a \times \frac{\sqrt{3}}{2} + N_b = 0$$

$$-4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + N_b = 0$$

$$N_b = 2\sqrt{3}[N]$$

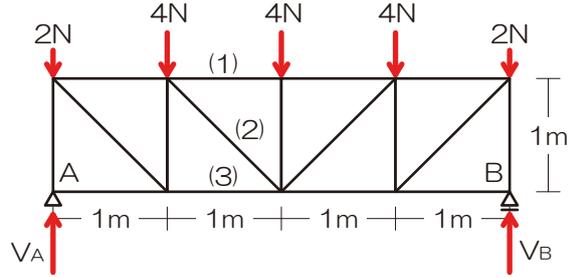


『解法 12-2』 トラスの応力（切断法）

以下のトラスの部材（1）、（2）、（3）の応力を求めてみましょう

1) 反力を図示

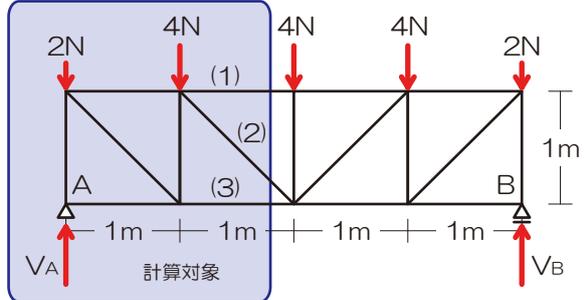
(いかなる問題でも鉄則)



2) 【切断】面を決定 ⇒ 計算対象側を【選択】

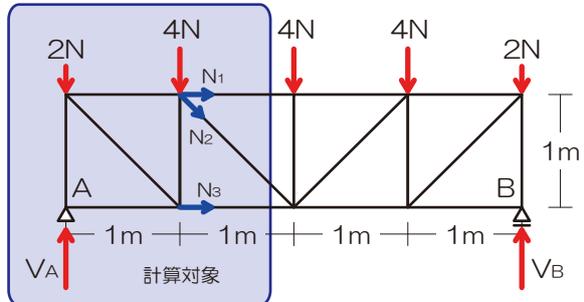
※ 求める必要のある部材を含む3本で切断

(2本で切断しても求められますが旨みは少ないですよ)



3) 切断された部材内の応力を仮定

※ 必ず計算対象側の支点・節点からベクトル表記



4) 力のつり合いにて未知力を算定

※ ターゲット以外の未知力が交差？並行？

$N_1$  を求める

$$M_C = +8 \times 2 - 2 \times 2 - 4 \times 1 + N_1 \times 1 = 0$$

$$N_1 = -8[N]$$

$N_2$  を求める

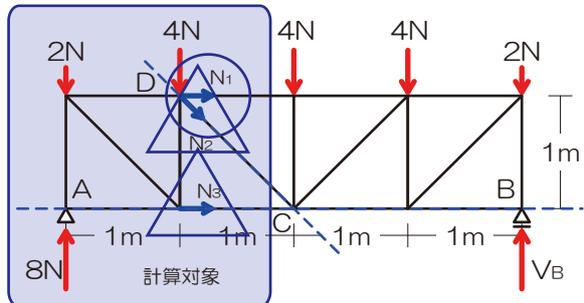
$$\sum Y = +8 - 2 - 4 - N_{2Y} = 0$$

$$N_{2Y} = 2[N]$$

また  $N_{2Y}$  は

$$N_{2Y} = N_2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{ゆえに} \quad N_2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 2$$

$$N_2 = 2\sqrt{2}$$



$N_3$  を求める

$$\sum X = N_1 + N_{2X} + N_3 = 0$$

$$-8 + 2 + N_3 = 0$$

$$N_3 = 6$$

もしくは

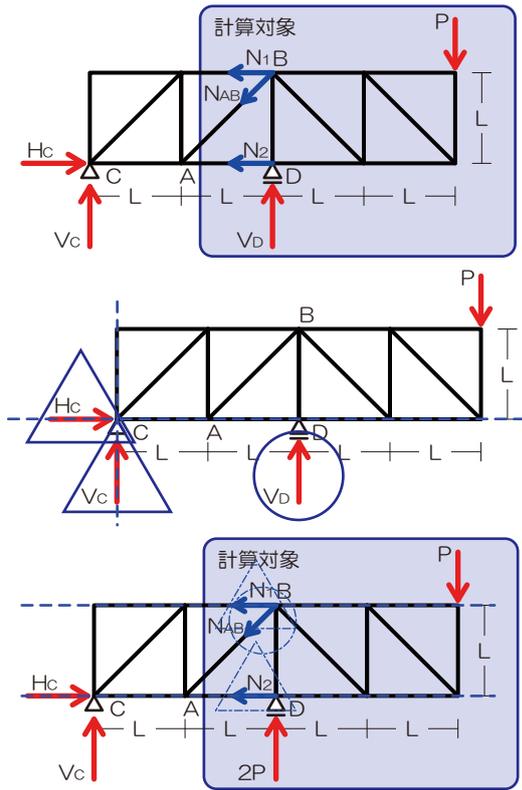
$$M_D = +8 \times 1 - 2 \times 1 - N_3 \times 1 = 0$$

$$N_3 = 6[N]$$



【例題 12】 トラスの応力

図のような鉛直荷重  $P$  を受けるトラスにおいて、部材 AB に生じる軸方向力を求めよ。ただし、軸方向力は引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。【H27】



- 1) 反力を図示 ⇒ 左図
- 2) 【切断】面を決定 ⇒ 計算対象側を【選択】⇒ 右
- 3) 切断された部材内の応力を仮定

⇒ 反力があるので反力算定

$$M_C = -V_D \times 2L + P \times 4L = 0$$

$$V_D = 2P$$

- 4) 力のつり合いにて未知力を算定

⇒  $N_{AB}$  を求める (縦の力のつり合いに着目)

$$\sum Y = +2P - N_{ABY} - P = 0$$

$$\left( N_{ABY} = N_{AB} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

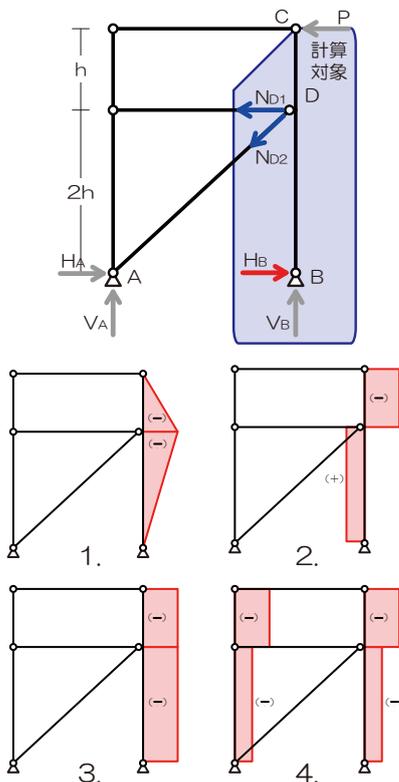
$$+2P - N_{AB} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - P = 0$$

$$-N_{AB} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = -P$$

$$N_{AB} = \sqrt{2}P$$

【例題 13】 合成ラーメン

図-1 のような構造物に水平荷重  $P$  が作用したときのせん断力図として正しいものは、次のうちどれか。ただし、せん断力の符号は図-2 に示した向きを「+」とする。【H25】



☆1 ピン節点に着目 ⇒ C 節点に着目

☆2 両端ピンの部材 ⇒ D 点に接合する部材の応力図示  
⇒ C 点の曲げモーメントを求める (ただし、節点 D に接合する 2 つの部材の軸方向力の水平成分を併せて  $N_D$  とする)

$$M_D = -H_B \times 3h + N_D \times h = 0$$

$$3H_B = N_D$$

$$H_B : N_D = 1 : 3$$

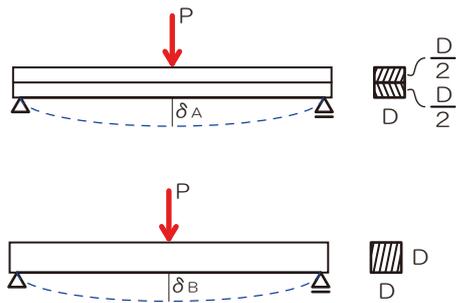
⇒ 仮定の通り、 $H_B$  と  $N_D$  は逆向きの力で、その比は 1:3

☆3 応力図

⇒ 「 $H_B$  と  $N_D$  は逆向きの力で、その比は 1:3」となる応力図は 2.



『例題 14-1』たわみ（公式直接代入・公式変形型）



1) 公式に代入

⇒ 材料（ヤング係数）、スパン、荷重条件が等しいことから、異なるのは断面 2 次モーメントのみ

⇒ 両断面 2 次モーメントを求める

$$I_A = \frac{D \times D/2 \times D/2 \times D/2 \times 2}{12}$$

$$I_A = \frac{D^4}{12} \times \frac{1}{4}$$

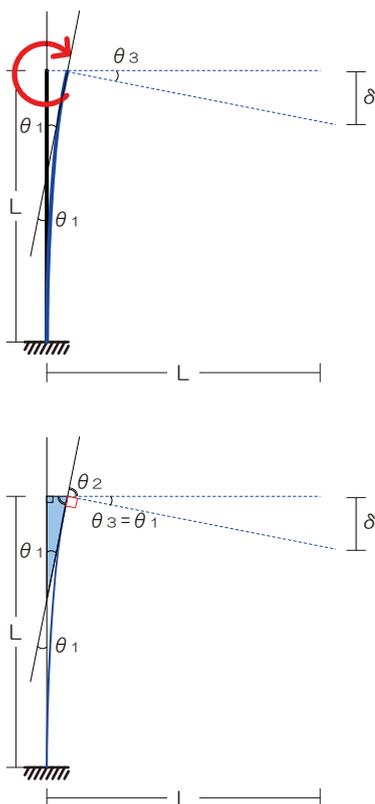
$$I_B = \frac{D \times D \times D \times D \times D}{12}$$

$$I_B = \frac{D^4}{12}$$

ゆえに

$$\delta_A : \delta_B = 4 : 1$$

『例題 14-2』たわみ（たわみと傾き合成型）



1) 変形の様子を正確に図示

⇒ 柱頂部のモーメントにより柱が変形、その変形（傾き）により梁の先端部分が下に変形（たわみ）

⇒ また、梁の傾きは柱のたわみ角に等しい（左下図）

2) たわみ・たわみ角を求める

$$\theta = \frac{ML}{EI}$$

$$\theta = \frac{PL^2}{EI}$$

3) たわみを求める

$$\delta = L \times \theta$$

$$\delta = L \times \frac{PL^2}{EI}$$

$$\delta = \frac{PL^3}{EI}$$

