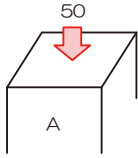
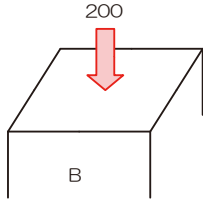


1-8 応力度

1-8-1 応力度

■ 応力度とは

➢ 応力と応力度の違い

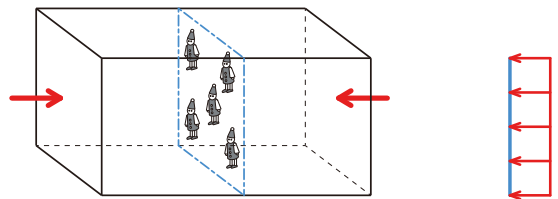
			
荷重	50	200	
断面積	10	50	
柱として頑張っているのは？	50	200	⇒ 応力
材料として頑張っているのは？	$50/10 = 5$	$200/50 = 4$	⇒ 応力度

1-8-2 垂直応力度

■ 垂直応力度とは

➢ 垂直応力度とは：軸方向力（圧縮・引張）による応力度、全断面で等しい応力度が生じる

□ $\sigma_N = \frac{P}{A}$ σ_N …垂直応力度、 P …軸方向力、 A …断面積



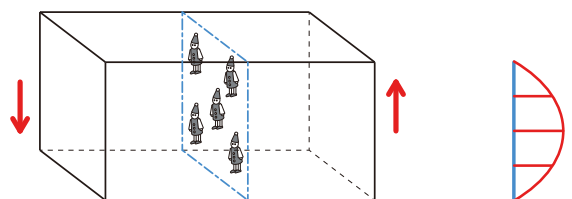
1-8-3 せん断応力度

■ せん断応力度とは

➢ せん断応力度とは：せん断力により生じる応力度、部材が「滑る」ような感じに生じるのです…

➢ 図心部分で最大となります

□ $\tau = \frac{Q}{A} \times k$ k …断面形状による係数、長方形断面 $k = \frac{3}{2}$ 、円形断面 $k = \frac{4}{3}$



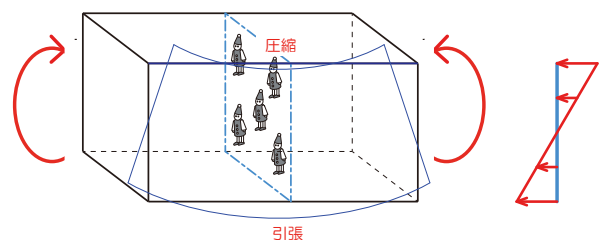
1-8-4 曲げ応力度

■ 曲げ応力度とは

➢ 曲げ応力度とは：曲げモーメントにより生じる応力度

➢ 注意：曲げモーメントにより生じるけど…部材内では圧縮・引張に変換されちゃいます、縁部分で最大となります

□ $\sigma_M = \frac{M}{Z}$ M …曲げモーメント、 Z …断面係数

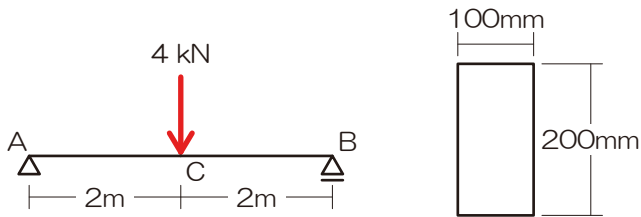


1-8-5 部材に生じる最大応力度の求め方

■ 算定手順

- 最大応力を求める ⇒ 応力が変化する点（荷重のかかっている点、支点・節点）、および分布荷重の中央に留意
- 断面諸係数を求める ⇒ 対象となる軸に留意
- 上記応力と断面諸係数の関係より最大応力度を求める

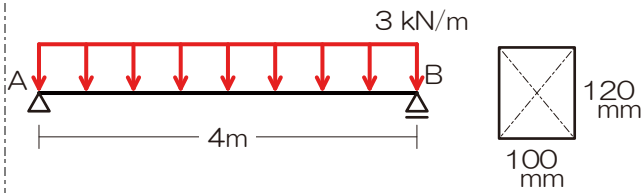
★最終確認 16★ 応力度 以下の構造物の最大曲げ応力度を求めてみましょう



解答： $\sigma_M = 6[\text{N}/\text{mm}^2]$



以下の構造物における最大曲げ応力度を求めよ。



『解法 12』 応力度

- 1) 反力を図示
- 2) 応力が切り替わる可能性のある箇所をチェック
- 3) 単位を[N][mm]に変換
- 4) 生じる最大の応力を求める（解法：応力参照）
- 5) 断面諸係数を求める（解法：断面係数等参照）
- 6) 最大の応力度を求める

25[N/mm²]



1-8-6 許容応力度

■ 許容応力度とは

- 構造設計における最も基礎的な安全確認方法である許容応力度計算（一次設計）にてあつかう
- 材料に生じる応力度（ σ ） vs 材料が耐えられる応力度（許容応力度、 f ） \Rightarrow 後者が勝てば安全（ $\sigma < f$ ）

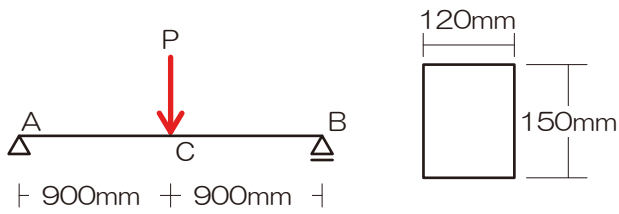
■ 許容応力度に関する出題

- とにかく部材に生じる応力度をまずは求め、その後許容応力度と比較を行い、各種条件を算定する

H25：許容曲げモーメントを求めよ

H23：許容曲げモーメントに達する際の荷重 P を求めよ

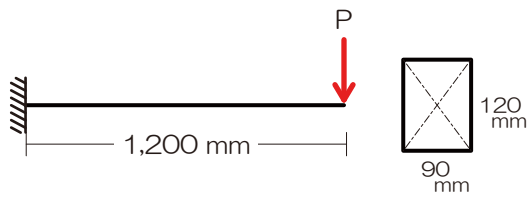
★最終確認 17★ 許容応力度 材料の許容曲げ応力度を $20[\text{N}/\text{mm}^2]$ とした場合の許容最大荷重を求めてみましょう



$P < 20,000[\text{N}]$



以下の片持ち梁の許容荷重を求めよ。ただし、使用している材料の許容曲げ断応力度は $10 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ とする。



『解法 13』 許容応力度

- 1) 反力を図示
- 2) 応力が切り替わる可能性のある箇所をチェック
- 3) 単位を[N][mm]に変換
- 4) 生じる最大の応力を求める（解法：応力参照）
- 5) 断面諸係数を求める
- 6) 最大の応力度を求める
- 7) 許容応力度計算

1800[N]



1-9 梁の変形、座屈

1-9-1 梁の変形

■ ひずみ

➢ 部材に力が加わった時の伸び縮み・太さの変形の事

□ $\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$ ϵ …ひずみ、 l …もとの長さ、 Δl …変形量

■ ヤング係数

➢ ヤング係数とは：部材に荷重が加わった場合の変形のし難さを表す ⇒ コンクリートは値が大きい、ゴムは小さい

□ $E = \frac{\sigma_N}{\epsilon}$ E …ヤング係数、 σ_N …垂直応力度、 ϵ …ひずみ

■ 変形量の算定

➢ 垂直応力度は、 $\sigma_N = \frac{N}{A}$ (N …軸方向力、 A …断面積) で示されるので、ヤング係数の公式に垂直応力度・ひずみを代

入すると変形量（伸び・縮み）を求めることが可能

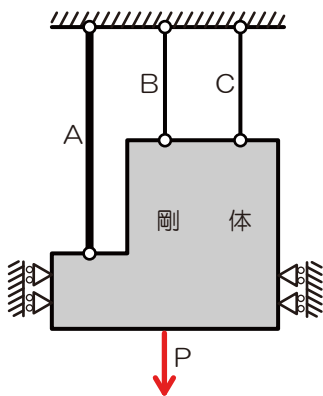
$$E = \frac{N}{A} \times \frac{l}{\Delta l}$$

$$\Delta l = \frac{N \times l}{A \times E}$$

■ 剛体に接合する複数部材に生じる応力度

- 剛体＝変形しない、ゆえに各部材の変形（伸び・縮み）は等しくなる
- 変形量（ Δl ）が等しくなることより、生じる軸方向力（ N ）を求める

★最終確認 18★ ひずみ 以下の各部材に生じる軸方向力の比を求めてみましょう



	断面積	ヤング係数	材長
A	2A	E	2L
B	A	2E	L
C	A	E	L

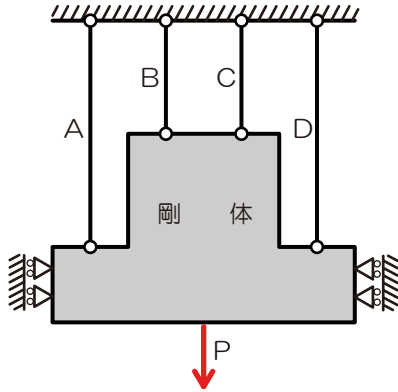
$N_A : N_B : N_C = 1 : 2 : 1$



図のような剛体に結合されている部材 A~D が、弾性変形の範囲で同一の変形（伸び）となるように力 P を下方に加えた場合、部材 A~D に生じる垂直応力度の大小関係を示せ。ただし、部材 A~D の断面積は同一とし、ヤング係数 E および長さ L は下表に示す値である。また、部材 A~D および剛体の自重は無視するものとする。【H18】

『解法 14』 ひずみ

1) ひずみの公式より各材のひずみを求める



	ヤング係数	材の長さ
A	200	200
B	200	100
C	100	100
C	100	200

B>A>C>D



■ たわみ

➤ 部材のたわみ・たわみ角 ⇒ たわみとは：構造材に荷重がかかった際に生じるわん曲（たわみとたわみ角がある）

□ たわみ： $\delta_{\max} = \alpha \frac{Pl^3}{EI}$ （集中荷重）、 $\delta_{\max} = \alpha \frac{wl^4}{EI}$ （分布荷重）

□ たわみ角： $\theta_A = \beta \frac{Pl^2}{EI}$ （集中荷重）、 $\theta_A = \beta \frac{wl^3}{EI}$ （分布荷重）

表 たわみの公式

	たわみ	たわみ角		たわみ	たわみ角
集中荷重	$\delta = \frac{Pl^3}{EI}$	$\theta = \frac{Pl^2}{2EI}$	集中荷重	$\delta = \frac{Pl^3}{48EI}$	$\theta = \frac{Pl^2}{16EI}$
分布荷重	$\delta = \frac{wl^4}{8EI}$	$\theta = \frac{wl^3}{6EI}$	分布荷重	$\delta = \frac{5wl^4}{384EI}$	$\theta = \frac{wl^3}{24EI}$
モーメント荷重	$\delta = \frac{Ml^2}{2EI}$	$\theta = \frac{Ml}{EI}$	モーメント荷重	$\delta = \frac{Ml^2}{16EI}$	$\theta = \frac{Ml}{3EI}$ $\theta = \frac{Ml}{6EI}$

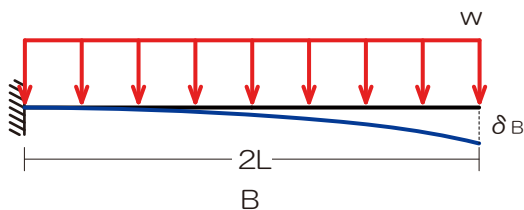
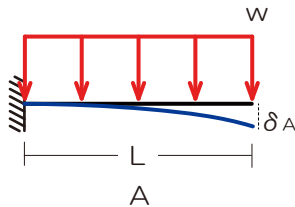
『解法 15』 たわみ

難度：☆☆☆

コスバ：♥♥♥

H27 H26 H25 H24 H23
H22 H21 H20 H19 H18

以下の片持ち梁の材端部分のたわみ角、ならびに材端部のたわみの比を求めよ。



『解法 15』 ひずみ

1) たわみの公式よりたわみ角/たわみを求める

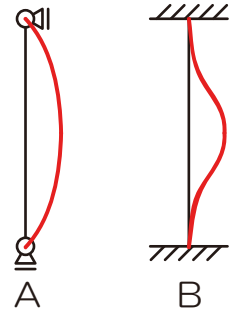
たわみ角⇒1：8、たわみ⇒1：16



1-9-2 座屈

■ 座屈とは

- 部材が非常に大きな圧縮力を受けた際に、ぐにゃりと折れ曲がる現象、主に柱で生じる



■ 座屈のし難さ

- 材質：コンクリートの柱のほうがゴムの柱よりも座屈しにくい ⇒ ヤング係数
- 支持条件：がっちり部材を抑えれば座屈しにくい（固定支点の方がピン支点よりも座屈し難い） ⇒ 座屈長さ係数
- 材長：短い柱のほうが座屈しにくい ⇒ 材長
- 断面形状：太い部材のほうが座屈しにくい ⇒ 断面 2 次モーメント

(1) 座屈方向と座屈軸

■ 座屈の検討

- 座屈の生じる方向（軸）は断面二次半径（断面二次モーメントを断面積で除した値）が最小となる軸にて座屈は生じる

(2) 座屈長さの取り方

■ 座屈長さ (l_k)

- 支持条件と材長より求める

□ $l_k = \alpha \times l$ α …座屈長さ係数、 l …材長

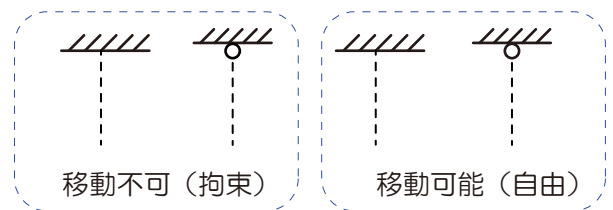
■ 座屈長さ係数の判別方法

- 支持条件により決定、実際に図示して確認、チェック項目は以下の 2 つ

- 上端移動：水平方向に移動できるか？できないか？

⇒ 移動できない場合：文中に「拘束」図中に「横三角」

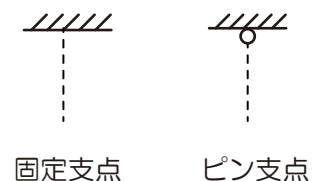
⇒ 移動できるならちょいズラしてあげましょう



- 支点種類：支点の種類は固定？ピン？




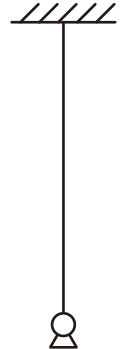


⇒ 固定ならば支点では曲がりません

⇒ ピンの場合は支点から曲がります







■ 座屈長さ係数

➤ 0.5/0.7/1.0/2.0 の 4 種のみ、実際に座屈する様子を図示して確認しましょう

上端移動	拘束				自由	
支持種類（上端）	ピン	固定	ピン	固定	固定	自由
支持種類（下端）	ピン	固定	固定	ピン	固定	固定
座屈形状						
座屈長さ係数						

■ 座屈長さ算定

□ 以下の各柱の座屈長さを求めてみましょう

				
上端移動	自由	拘束	拘束	拘束
座屈長さ係数				
座屈長さ				

(3) 弾性座屈荷重

■ 弾性座屈荷重とは

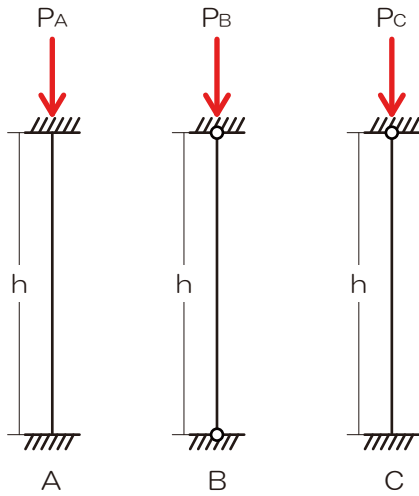
➤ 座屈が生じ始める荷重、これ以上の荷重がかかるとアウト、弾性座屈荷重が大きい部材ほど座屈し難い（強い）

□ $N_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$ N_k …弾性座屈荷重、 E …ヤング係数、 I …断面 2 次モーメント、 l_k …座屈長さ



★最終確認 19★ 座屈 以下の構造物の「座屈長さ」を求めてみましょう（すべての柱の頂部水平移動は拘束されているものとします）

るものとしてます）



$$l_{KA} = 0.5h, l_{KB} = 1.0h, l_{KC} = 0.7h$$

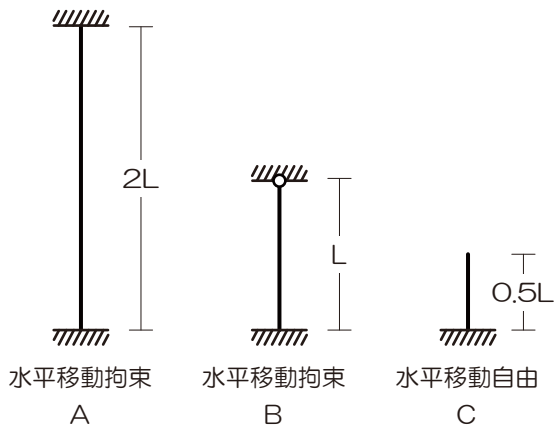
『解法 16』 座屈

難度：☆☆☆

コスパ：♥♥♥

H27 H26 H25 H24 H23
H22 H21 H20 H19 H18

図のような材の長さおよび材端の支持条件が異なる柱 A・B・C の弾性座屈荷重の大きさを比較せよ。ただし、すべての柱は等質等断面とする。【H18】



『解法 16』 座屈

- 1) 上端の移動をチェック
- 2) 支点の形状をチェック
- 3) 上記 2 点より座屈の状況を図示
- 4) 座屈の状況より座屈長さを算定
- 5) 弾性座屈荷重の大きさを比較

$$P_B > P_A = P_C$$



【要点チェック】

『解法 12』 応力度

難度：★★★

コスパ：♡♡♡

H27
H22

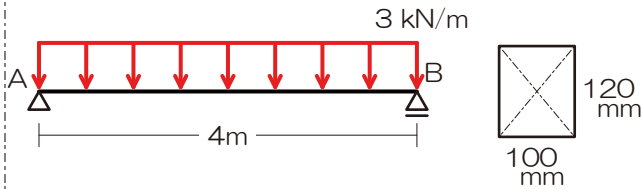
H26
H21

H25
H20

H24
H19

H23
H18

以下の構造物における最大曲げ応力度を求めよ。



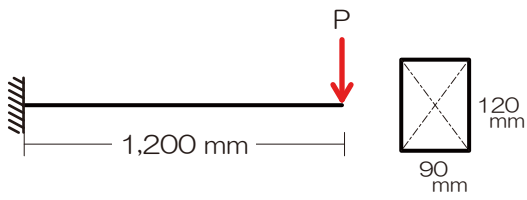
『解法 12』 応力度

- 1) 反力を図示
- 2) 応力が切り替わる可能性のある箇所をチェック
- 3) 単位を[N][mm]に変換
- 4) 生じる最大の応力を求める（解法：応力参照）
- 5) 断面諸係数を求める（解法：断面係数等参照）
- 6) 最大の応力度を求める

25[N/mm²]



以下の片持ち梁の許容荷重を求めよ。ただし、使用している材料の許容曲げ断応力度は $10 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ とする。



『解法 13』 許容応力度

- 1) 反力を図示
- 2) 応力が切り替わる可能性のある箇所をチェック
- 3) 単位を $[\text{N}][\text{mm}]$ に変換
- 4) 生じる最大の応力を求める (解法: 応力参照)
- 5) 断面諸係数を求める
- 6) 最大の応力度を求める
- 7) 許容応力度計算

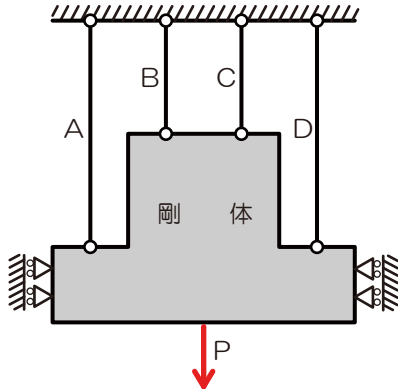
1800[N]



図のような剛体に結合されている部材 A~D が、弾性変形の範囲で同一の変形（伸び）となるように力 P を下方に加えた場合、部材 A~D に生じる垂直応力度の大小関係を示せ。ただし、部材 A~D の断面積は同一とし、ヤング係数 E および長さ L は下表に示す値である。また、部材 A~D および剛体の自重は無視するものとする。【H18】

『解法 14』 ひずみ

1) ひずみの公式より各材のひずみを求める



	ヤング係数	材の長さ
A	200	200
B	200	100
C	100	100
C	100	200

B>A>C>D



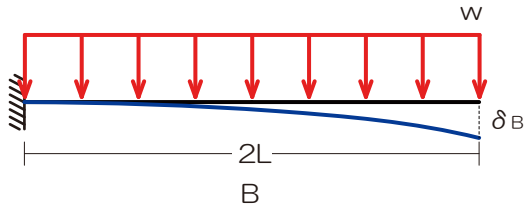
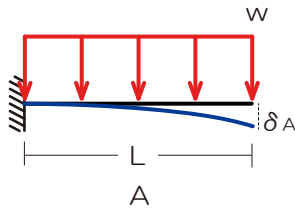
『解法 15』 たわみ

難度：★★☆

コスパ：♥♥♥

H27 H26 H25 H24 H23
H22 H21 H20 H19 H18

以下の片持ち梁の材端部分のたわみ角、ならびに材端部のたわみの比を求めよ。



『解法 15』 ひずみ

1) たわみの公式よりたわみ角/たわみを求める

たわみ角⇒1 : 8、たわみ⇒1 : 16

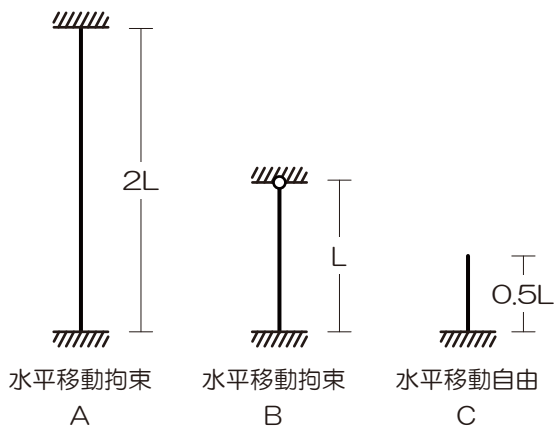
『解法 16』 座屈

難度：☆☆☆

コスパ：♥♥♥

H27 H26 H25 H24 H23
H22 H21 H20 H19 H18

図のような材の長さおよび材端の支持条件が異なる柱 A・B・C の弾性座屈荷重の大きさを比較せよ。ただし、すべての柱は等質等断面とする。【H18】



『解法 16』 座屈

- 1) 上端の移動をチェック
- 2) 支点の形状をチェック
- 3) 上記 2 点より座屈の状況を図示
- 4) 座屈の状況より座屈長さを算定
- 5) 弾性座屈荷重の大きさを比較

$$P_B > P_A = P_C$$

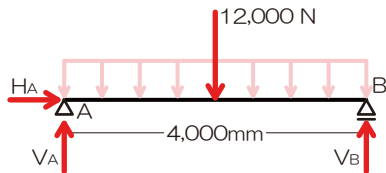


【解答】

『解法 12』 応力度

- 1) 反力を図示
- 2) 応力が切り替わる可能性のある箇所をチェック
⇒ A点とB点と梁中央

3) 単位を[N][mm]に変換

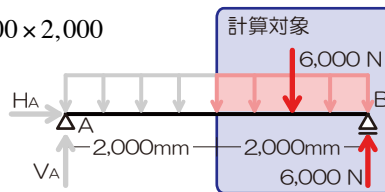


- 4) 生じる最大の応力を求める (解法: 応力参照)
⇒ 梁中央の曲げモーメントを求める

$$M_C = +6,000 \times 1,000 - 6,000 \times 2,000$$

$$M_C = -6,000,000$$

$$M_C = 6,000,000 [Nmm]$$

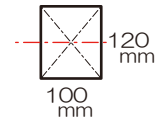


- 5) 断面諸係数を求める (解法: 断面係数等参照)

⇒ 断面係数は (矩形なので)

$$Z = \frac{bh^2}{6}$$

$$Z = \frac{100 \times 120 \times 120}{6} [mm^3]$$



- 6) 最大の応力度を求める

$$\sigma_M = \frac{M}{Z}$$

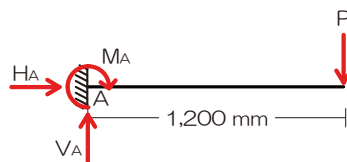
$$\sigma_M = \frac{6,000,000}{1} \times \frac{6}{100 \times 120 \times 120}$$

$$\sigma_M = 25 [N/mm^2]$$

『解法 13』 許容応力度

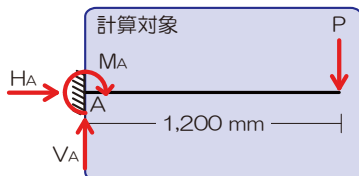
- 1) 反力を図示
- 2) 応力が切り替わる可能性のある箇所をチェック
⇒ 支点と自由端 (荷重点)、今回は支点で曲げモーメント最大

3) 単位を[N][mm]に変換



- 4) 生じる最大の応力を求める (解法: 応力参照)
⇒ 最大曲げ断応力度を M とする

$$M_A = 1,200 \times P$$

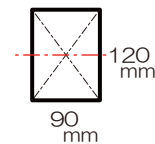


- 5) 断面諸係数を求める

⇒ 断面係数は

$$Z = \frac{bh^2}{6}$$

$$Z = \frac{90 \times 120 \times 120}{6}$$



- 6) 最大の応力度を求める

$$\sigma_M = \frac{M}{Z}$$

$$\sigma_M = 1,200 \times P \times \frac{6}{90 \times 120 \times 120}$$

- 7) 許容応力度計算

$$\sigma_M \leq f$$

$$1,200 \times P \times \frac{6}{90 \times 120 \times 120} \leq 10$$

$$P \leq \frac{10 \times 90 \times 120 \times 120}{1200 \times 6}$$

$$P \leq \frac{10^1 \times 90 \times 120 \times 1}{10^1 \times 6}$$

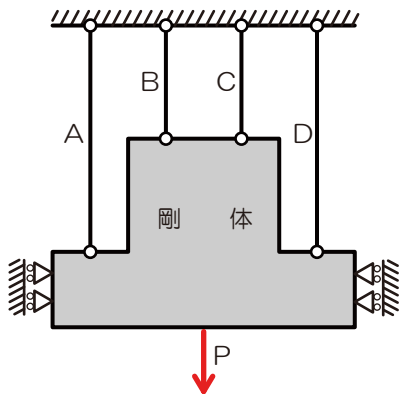
$$P \leq \frac{1 \times 90 \times 120^{20} \times 1}{1 \times 6}$$

$$P \leq \frac{1 \times 90 \times 20 \times 1}{1 \times 1}$$

$$P \leq 1800 [N]$$



『解法 14』 ひずみ



	ヤング係数	材の長さ
A	200	200
B	200	100
C	100	100
C	100	200

1) ひずみの公式より各材のひずみを求める

⇒ 部材 A、部材 B、部材 C、部材 D

$$\Delta l_A = \frac{N_A \times 200}{A \times 200} \quad \Delta l_B = \frac{N_B \times 100}{A \times 200} \quad \Delta l_C = \frac{N_C \times 100}{A \times 100}$$

$$\Delta l_D = \frac{N_D \times 200}{A \times 100}$$

ひずみが等しいので

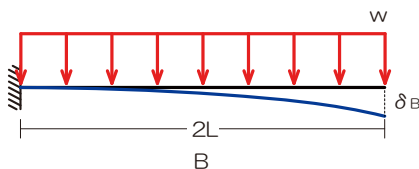
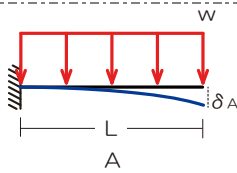
$$\frac{N_A \times 200}{A \times 200} = \frac{N_B \times 100}{A \times 200} = \frac{N_C \times 100}{A \times 100} = \frac{N_D \times 200}{A \times 100}$$

$$N_A = \frac{N_B}{2} = N_C = 2N_D$$

ゆえに軸方向力の大小関係は

$$N_B > N_A > N_C > N_D$$

『解法 15』 たわみ



⇒ たわみ

$$\delta_A = \frac{wL^4}{8EI} \quad \delta_B = \frac{w \times 2L \times 2L \times 2L \times 2L}{8EI}$$

両者の比は

$$\delta_A : \delta_B = \frac{wL^4}{8EI} : \frac{wL^4}{8EI} \times 16$$

$$\delta_A : \delta_B = 1:16$$

1) たわみの公式よりたわみ角/たわみをそれぞれ求める

⇒ たわみ角

$$\theta_A = \frac{wL^3}{6EI} \quad \theta_B = \frac{w \times 2L \times 2L \times 2L \times 2L}{6EI}$$

両者の比は

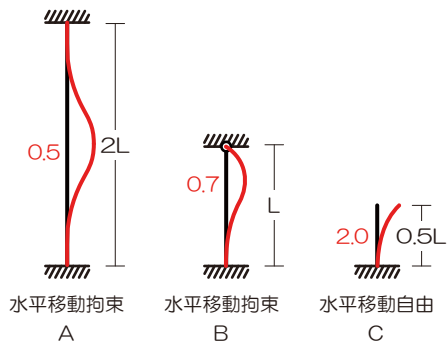
$$\theta_A : \theta_B = \frac{wL^3}{6EI} : \frac{wL^3}{6EI} \times 8$$

$$\theta_A : \theta_B = 1:8$$

注：架構条件ならびに荷重条件が同じ場合（今回は両者ともに片持ち梁分布荷重で共通）には、公式を覚えていなくても解を導くことが可能です
分布荷重の条件ではたわみ角は材長の 3 乗、たわみは 4 乗に比例します（集中荷重の場合は、それぞれ 2 乗、3 乗に比例）



『解法 16』 座屈



- 1) 上端の移動をチェック
- 2) 支点の形状をチェック
- 3) 上記 2 点より座屈の状況を図示
- 4) 座屈の状況より座屈長さを算定

$$l_{kA} = 0.5 \times 2.0L = 1.0L$$

$$l_{kB} = 0.7 \times 1.0L = 0.7L$$

$$l_{kC} = 2.0 \times 0.5L = 1.0L$$

$$l_{kB} < l_{kA} = l_{kC}$$

- 5) 弾性座屈荷重の大小を比較

$$P_B > P_A = P_C$$

【memo】

