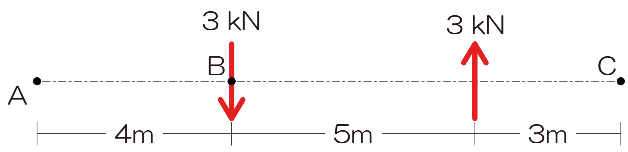
《前回の復習》

『解法 01』モーメント

図のような平行な二つの力 P_1、P_2 による A、B、C の各点におけるモーメント M_A、M_B、M_C の値を求めよ。ただし、モーメントの符号は時計回りを正とする。【H18 改】



『解法 01』任意の点のモーメント

1）作用線を図示

2）モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示

3）モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す

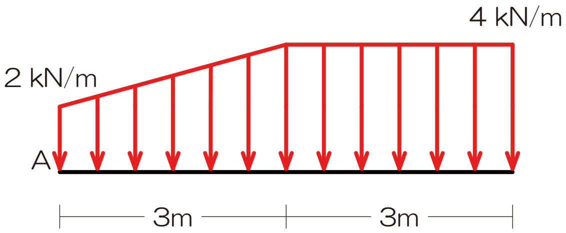
4）モーメント＝力の大きさ×上記の距離（力⇒距離⇒符号の順番で３ステップで計算しましょう）

5）複数の力によるモーメントを合算

解答： $M_A ＝ M_B ＝ M_C ＝ -15$[kNm]

『解法 02』力の合成（バリニオンの定理）

図のような分布荷重の合力の作用線から A 点までの距離を求めよ。【H23 改】



『解法 02』力の合成（バリニオンの定理）

1）分布荷重を単純図形に分割、それぞれを集中荷重へ

2）基準となる点を指定（今回は A 点指定）

3）上記点における合成前のモーメント算定

4）合成後の力の大きさを算定

5）合成後の力の位置を仮定

⇒　1）の点からの距離を x と仮定

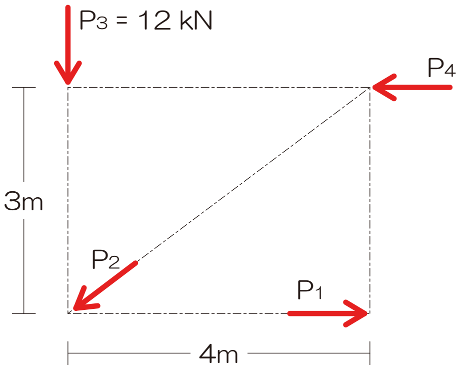
6）合成後の力による 1）の点におけるモーメント算定

7）3）のモーメント=6）のモーメントより x を算定

解答：A 点から右 3.3 m

『解法 03』末知力算定（力のつり合い）

図のような４つの力 P_1～P_4 がつり合っているとき、P_2 の値を求めよ。【H20 改】



『解法 03』未知力算定

1）求めたい未知力（ターゲット）を○チェック

2）ターゲット以外の未知力を△チェック

3）ターゲット以外の未知力の作用線を図示

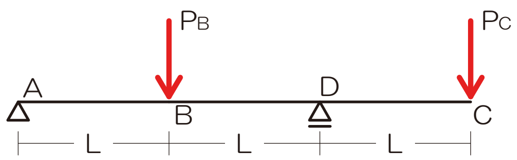
4）上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメントに着目、

平行なら⇒直行する軸のつり合いに着目

解答：P_2 ＝ －20[kN]

『解法 04』支点の反力

図のような架構において、A 点に鉛直反力が生じない場合の P_B と P_C の比（P_B：P_C）を求めよ。【H24（1 級)】



『解法 04』支点の反力

1）生じる可能性のある反力を図示

2）求めたい未知力（ターゲット）を○チェック

3）ターゲット以外の未知力を△チェック

4）ターゲット以外の未知力の作用線を図示

5）上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメントに着目、

平行なら⇒直行する軸のつり合いに着目

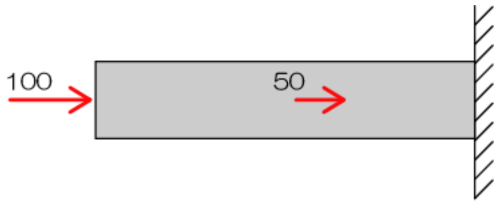
6）残りの反力はそれ以外のカード（つり合い式）を用いて

求める

解答：P_B：P_C ＝ 1 ： 1

1-4　静定梁に生ずる力

1）100、50 の荷重を受けている片持ち梁があります

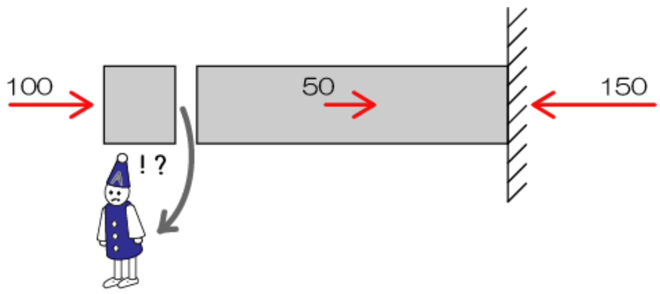


2）このままでは力の釣り合いが取れていないので右端の支点に反力 150 があるはずです

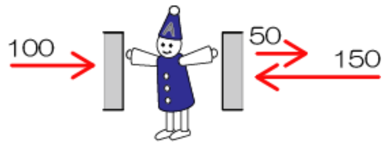
3）さて、ここで質問「以下の A 点と B 点ではどちらが“痛い”ですか？」材の中に小人さん（☆印）がいることを想定し、考えてみてください

正解は皆さんのご想像の通り B 点なんですが、そのままでは講義が成立しないのでちゃんと解説してみます

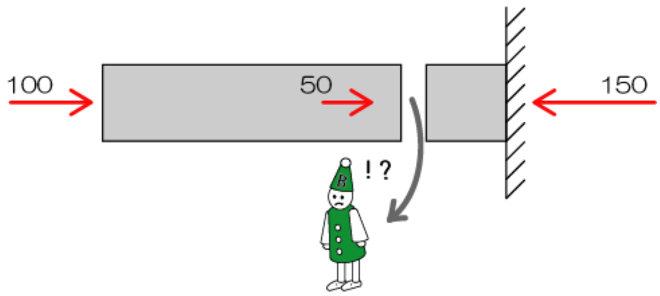
4）では、A 点に隠れている小人さんに登場願いましょう（A 点で構造体を切断します）



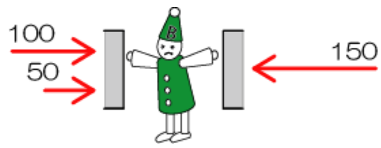
5）A 点の小人さんは左側から 100 で押され、右側からも 100 で押されています（50 で引張られ、150 で押されているのでその合計） →　「両側から 100 ずつで押されている」



6）次は B 点の小人さん登場



7）B 点の小人さんは、左から 150（100+50）、右側からも 150 で押されています　→　「両側から 150 ずつで押されている」



8）結果は…、B の小人さんのほうが 1.5 倍“痛そう”です（小人さんの表情変えているんですが見えますか？）

「両側から 100 ずつで押されている」状態を軸方向力（圧縮）100、N=－100（圧縮がマイナスになります）と表記し、「両側から 150 ずつで押されている」状態を軸方向力（圧縮）150、N=－150 と表記します

※　応力（応力度も）は小人さんの気持ちになって考えましょう（応力を求める点で構造体を【切断】し、小人さんに登場ねがいましょう）

※　応力は左右（もしくは上下）で必ず釣り合います（ってことは片側の力のみ【選択】し計算すれば OK）

※　【応力】は【切断】⇒【選択】の手順を守れば計算可！

1-4-1　生ずる力（＝応力）の種類

■　計算対象の選び方

➢ 応力の影響を与える力（荷重・反力）を見極め以下の留意点に配慮し、より簡便な計算対象を選択しましょう！

　１）応力の影響を与える【反力が無い側】（反力算定の手間を省けます）

　２）両計算対象ともに反力が含まれる場合は、【力（荷重・反力）の数が少ない側】

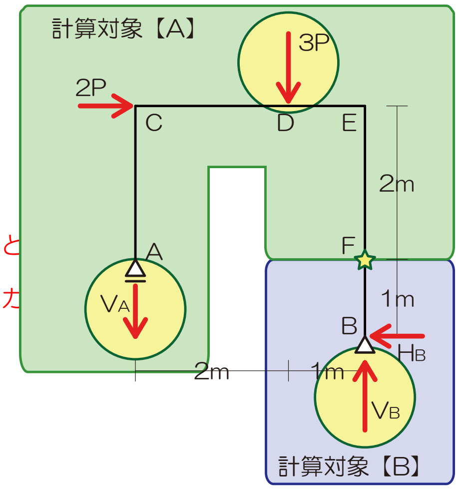
■　軸方向力（N)、右図○が応力の影響を及ぼす力（荷重・反力）

➢ 構造部材が潰されたり（圧縮）、引っ張られたりされた時の応力

➢ 対象となる力は【部材に平行な力】

➢ 唯一符号がつく：圧縮をマイナス（－）、引張をプラス（＋）で表記

➢ 右例題における計算対象は？　⇒　絶対に「計算対象【B】」、両計算対象と
もに応力の影響を及ぼす反力はありますが、【B】は応力の影響を及ぼす力
の総数が１となり【A】よりも少ないので



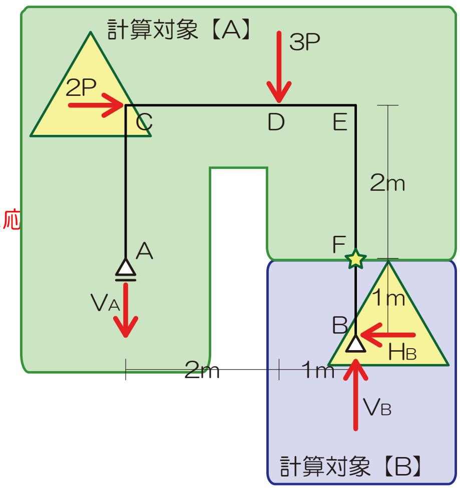
■　せん断力（Q)、右図△が応力の影響を及ぼす力（荷重・反力）

➢ 構造部材にはさみで切られるような力がかかった時の応力

➢ 対象となる力は【部材に鉛直な力】

➢ 符号はつかない（計算中は符号を考えるけど、最終的に絶対値表記）

➢ 右例題における計算対象は？　⇒　絶対に「計算対象【A】」、【A】には応
力の影響を及ぼす反力が無いので、反力算定の手間を省けます



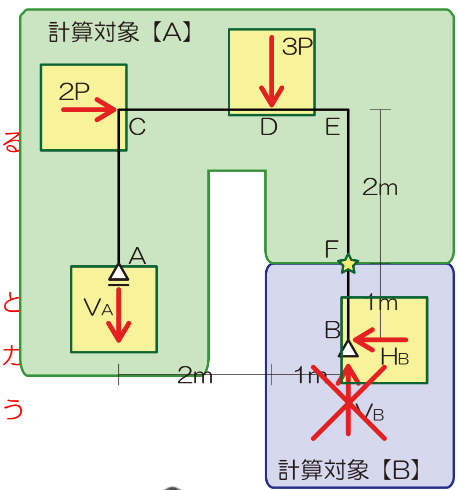
■　曲げモーメント（M)、右図□が応力の影響を及ぼす力（荷重・反力）

➢ 構造部材に曲げられるような回転の力がかかったときの応力

➢ 対象となる力は応力を求める点に作用線が交差しない力（距離が０となる
のでモーメントが０となりますね）

➢ 符号はつかない（計算中は符号を考えるけど、最終的に絶対値表記）

➢ 右例題における計算対象は？　⇒　絶対に「計算対象【B】」、両計算対象と
もに応力の影響を及ぼす反力はありますが、【B】は応力の影響を及ぼす力
の総数が１となり【A】よりも少ないので（反力 H_B も暗算で求められそう
ですね）

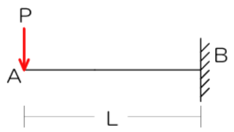


1-4-2　N、Q、M 図の描き方

■　曲げモーメント図（M 図）の描き方

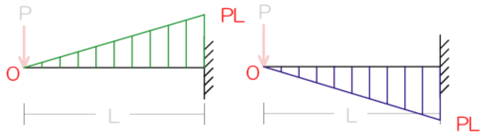
➢　クルクルドン解法は「曲げモーメント図」の書き方です（M 図は「引張側（応力度的）に書くこと」って決まりあり）

以下の片持ち梁で説明してみます



A 点と B 点の曲げモーメントは以下です

問題となるのは、M 図を上に書くか？下に書くか？

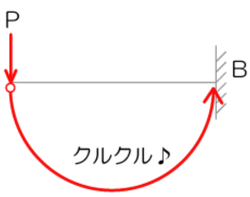


そこで【クルクルドン】の登場

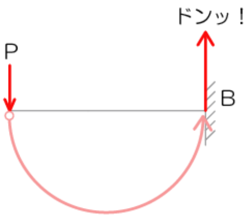
1）荷重 P により、B 点に曲げモーメントが発生、そこで B 点に注目し、上？下？を検討する

2）荷重 P の作用点をスタート

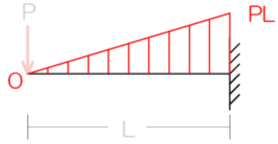
3）ゴールを曲げモーメントを求める点（今回は B 点）とし、「クルクル♪」



4）上記クルクルによって、応力を求めたい点（B 点）がすっ飛ばされる方に「ドンッ！」



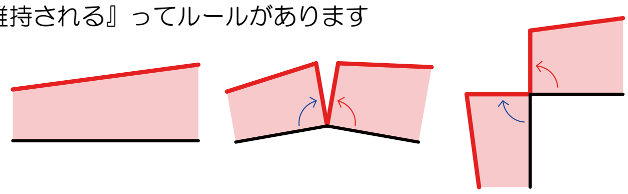
5）「ドンッ！」って飛ばされた方に応力の分布図を示す



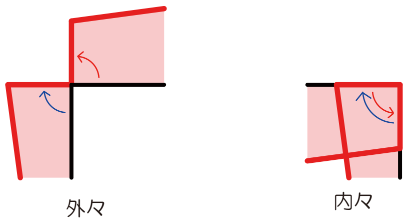
上記法則は単純梁、片持ち梁に限らずラーメン等の全ての構造物で成り立ちます

節点の曲げモーメント図

『曲げモーメントはたとえ部材の角度が変わっても連続性が維持される』ってルールがあります

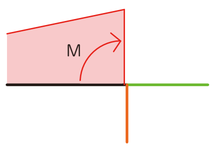


母材から M 図がどちら回転に立ち上がっているの？【小さな風車】に注目すると、打ち消し合って０になります（赤風車は時計回り、青風車は反時計回りで合計０）



さて、複数の部材か構成される節点では？こちらも【小さな風車】の法則は成立します

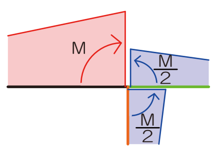
黒部材に赤風車 M（時計回り）の曲げモーメントが生じているとすると、付随する緑・赤の部材で打ち消さなくてはなりません



赤・緑部材ともに剛性が等しい場合には仲良く半分ずつ受け持ちます（右図）

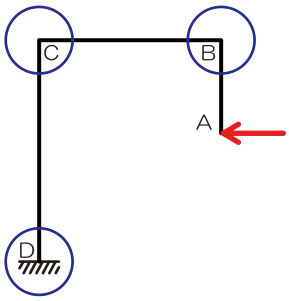
赤風車を青風車２つで打ち消し曲げモーメント０

この法則を覚えておくと、不静定の M 図の問題の最強のカードとなります

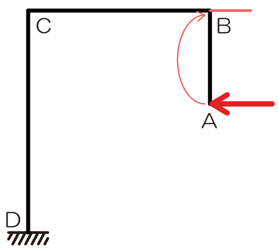


➢ 教科書 P35 問題１を例に「クルクルドン解法」を実践してみます

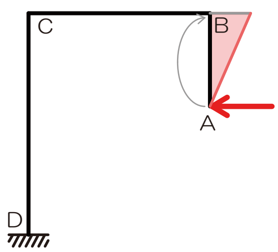
1）クルクルドンが必要な点　⇒　B、C、D の３点



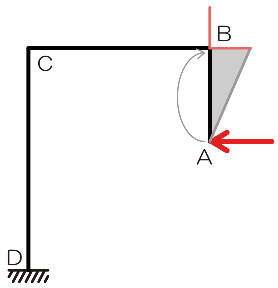
2）B 点をクルクルドン　⇒　右に飛ばされます



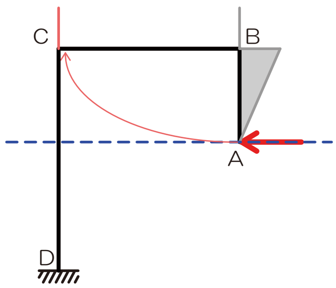
3）A 点の応力と接合　⇒　A 点は０ですね



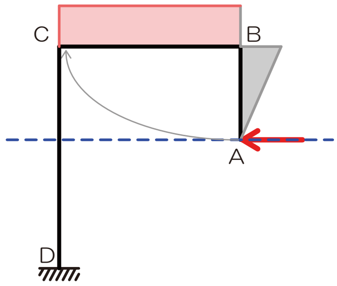
4）B 点の小さな風車（内々外々）　⇒　外々



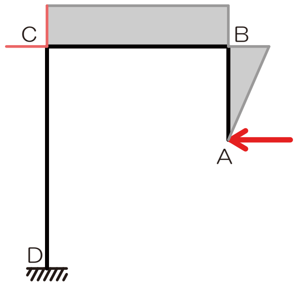
5）C 点をクルクルドン　⇒　上に飛ばされます



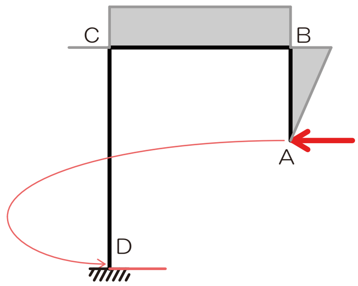
6）B 点の応力と接合



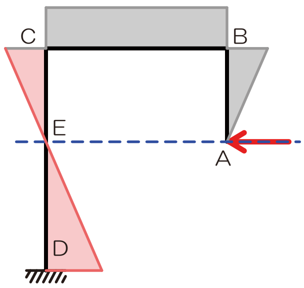
7）C 点の小さな風車（内々外々）　⇒　外々



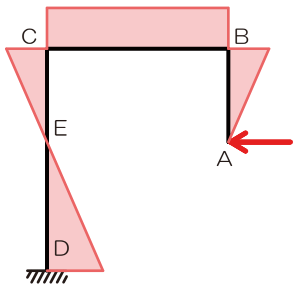
8）D 点をクルクルドン　⇒　右に飛ばされます



9）C 点の応力と接合 ⇒ E 点の曲げモーメントは０ですね



ってことで…M 図は以下となります



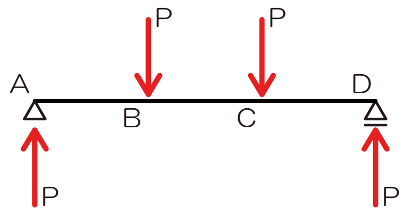
■　せん断力図（Ｑ図）の描き方

➢　お散歩解法は「せん断力図」の書き方です

※ 部材の端っこからテクテクお散歩してください

※ 途中に荷重があったら、荷重の方向に飛ばされるようにせん断力図を書いてください

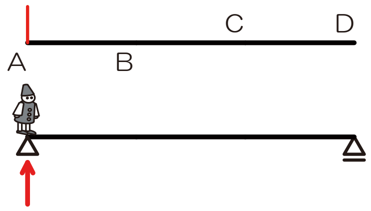
以下の例で解説をしてみます



1）上図の左端のＡ点よりお散歩スタート！

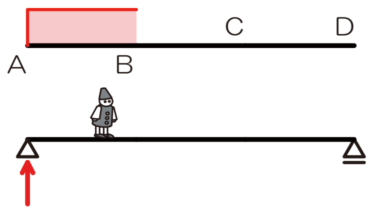
2）いきなりＡ点に鉛直反力（上方）があります

⇒　Ｑ図を上方へ飛ばして下さい



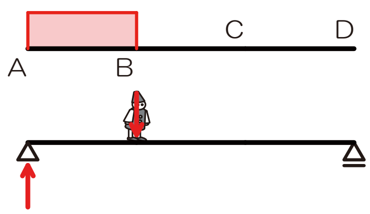
3）テクテクお散歩…

⇒　Ｑ図はそのまま水平



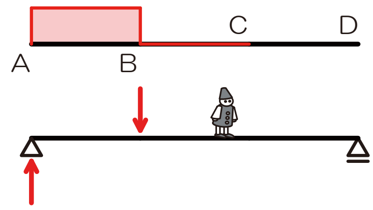
4）その後Ｂ点に下方の力があります

⇒　Ｑ図を下方へ



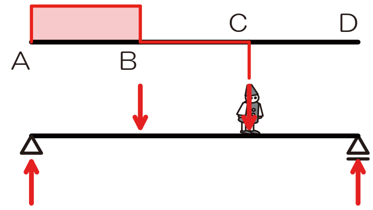
5）さらに進む…

⇒　Ｑ図はそのまま水平



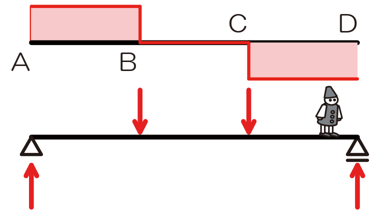
6）Ｃ点に下方の力が！

⇒　Ｑ図を下方へ飛ばす



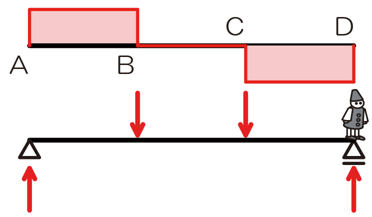
7）テクテク

⇒　Ｑ図はそのまま水平

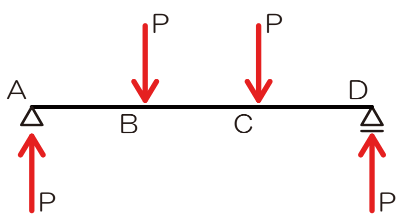


8）右端のＤ点で上方へドン

⇒　Ｑ図を上方へ

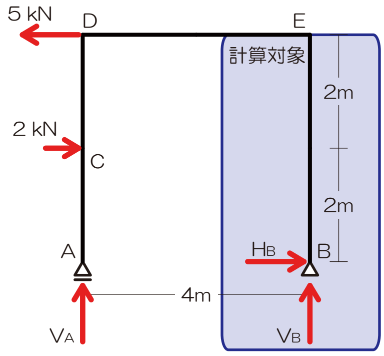


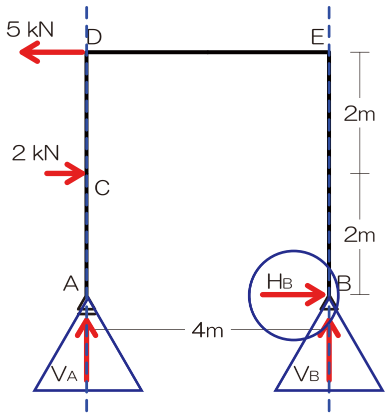
※ まとめると、以下のイメージ



⇒　Ｑ図　⇒

★最終確認 10★　応力





以下の構造物のＥ点の曲げモーメントを求めてみましょう

1）生じる可能性のある反力を図示

2）応力を求めたい点で構造体を【切断】！

3）計算対象を【選択】

⇒　Ｅ点で切断後、計算対象は右

4）もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力（通常は反力）を求める　図は 1）に戻るよ！）

⇒　Ｅ点に曲げモーメントの影響を及ぼすのは反力 H_B

H_B を求める

$$\sum X = -5 + 2 + H_B = 0$$
$$-3 + H_B = 0$$
$$H_B = 3[kN]$$

5）曲げモーメントは作用線が交差しない全部の力

⇒　Ｅ点の曲げモーメントは

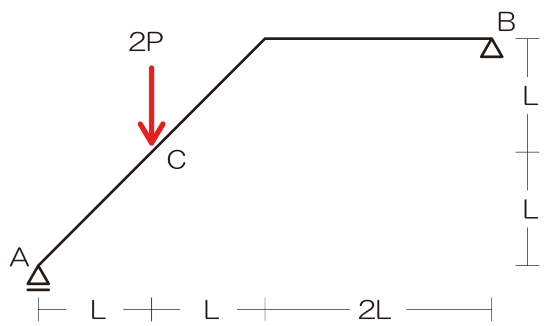
$$M_E = -3 \times 4$$
$$M_E = 12[kNm]$$

（曲げモーメントは絶対値表記）

『解法 05』　梁の応力　　難度：★★☆　コスパ：♥♥♡

H27　H26　H25　H24　H23
H22　H21　H20　H19　H18

図のような荷重を受ける架構における、Ｃ点の曲げモーメントを求めよ。【H19（1 級）】



『解法 05』梁の応力

1）　生じる可能性のある反力を図示

2）　応力を求めたい点で構造体を切断！

3）　計算対象を決定

4）　もし、未知力が入っていたら、未知力を求める

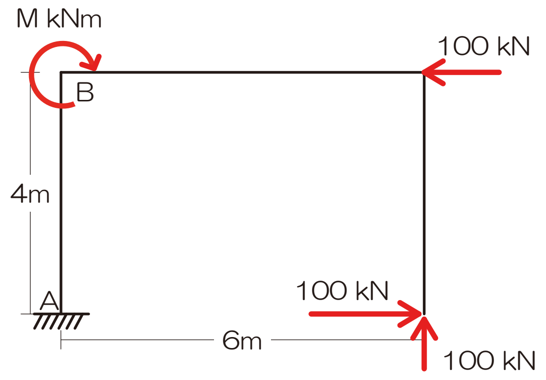
5）　曲げモーメントは作用線が交差しない全部の力

解答：3PL/2

『解法 06』　ラーメンの応力　　難度：★★☆　　コスパ：♥♥♡

H27　H26　H25　H24　H23
H22　H21　H20　H19　H18

図のような荷重を受けるラーメンにおいて、A 点に曲げモーメントが生じない場合の、B 点に作用するモーメントの値 M を求めよ。【H13（1 級）】



『解法 06』ラーメンの応力

1） 生じる可能性のある反力を図示

2） 応力を求めたい点で構造体を切断！

3） 計算対象を決定

4） もし、未知力が入っていたら、未知力を求める

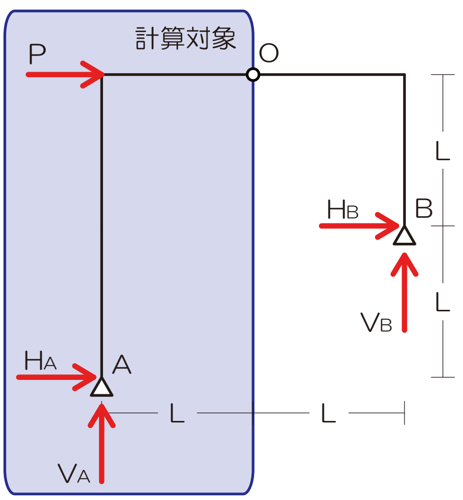
5） 曲げモーメントは作用線が交差しない全部の力

解答：1000[kNm]

■　3 ヒンジラーメンとは

➢　「ヒンジでは曲げモーメントが 0 になる」を利用　←　ヒンジで構造体を切断、片側の力による曲げモーメントは 0

□　以下の構造物の A 支点の鉛直反力を求めてみましょう



『解法 07』3 ヒンジラーメン

1）生じる可能性のある反力を図示

2）ヒンジ点でのモーメント 0 より反力の 1 つを消去

3）以降は力のつり合いより未知力を求める

O 点の曲げモーメントが 0 になることより H_A を消去

$$M_O = +V_A \times L - H_A \times 2L = 0$$

$$H_A = \frac{V_A}{2}$$

H_B と V_B の交点 B のモーメントに着目

$$M_B = +V_A \times 2L - \frac{V_A}{2} \times L + P \times L = 0$$

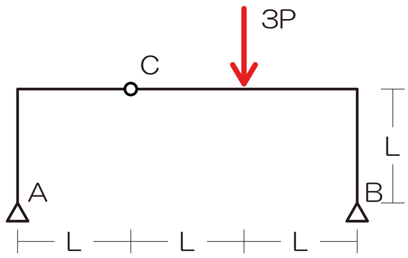
$$\frac{3V_A L}{2} + PL = 0$$

$$V_A = -\frac{2}{3}P$$

解答：V_A=-2P/3

『解法 07』　３ヒンジラーメン　　難度：★★★　　コスパ：♥♡♡　　H27 H26 H25 H24 H23 / H22 H21 H20 H19 H18

図のような荷重が作用する３ヒンジラーメンにおいて、A 点における水平反力の大きさを求めよ。【H24（1 級）】



『解法 07』３ヒンジラーメン

1）生じる可能性のある反力を図示

2）ヒンジ点でのモーメント０より反力の１つを消去

3）以降はカのつり合いより未知力を求める

解答：H_A ＝ P

〔要点チェック〕

『解法 01』モーメント

図のような平行な二つの力 P_1、P_2 による A、B、C の各点におけるモーメント M_A、M_B、M_C の値を求めよ。ただし、モーメントの符号は時計回りを正とする。【H18 改】

『解法 01』任意の点のモーメント

1）作用線を図示

2）モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示

3）モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す

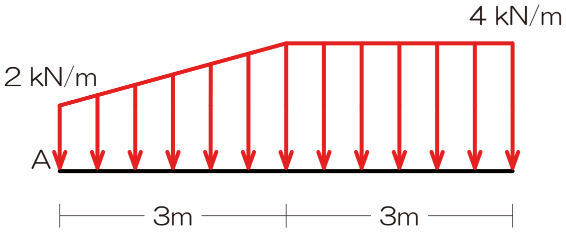
4）モーメント＝力の大きさ×上記の距離（力⇒距離⇒符号の順番で３ステップで計算しましょう）

5）複数の力によるモーメントを合算

解答：　M_A ＝ M_B ＝ M_C ＝ － 15[kNm]

『解法 02』力の合成（バリニオンの定理）

図のような分布荷重の合力の作用線から A 点までの距離を求めよ。【H23 改】



『解法 02』力の合成（バリニオンの定理）

1）分布荷重を単純図形に分割、それぞれを集中荷重へ

2）基準となる点を指定（今回は A 点指定）

3）上記点における合成前のモーメント算定

4）合成後の力の大きさを算定

5）合成後の力の位置を仮定

⇒　1）の点からの距離を x と仮定

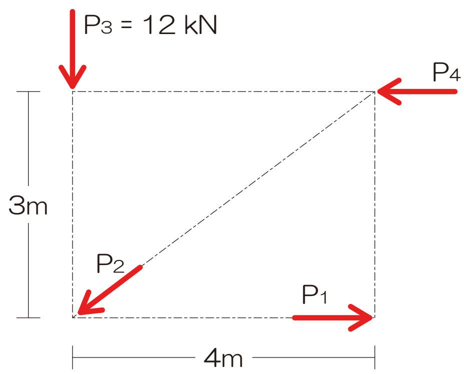
6）合成後の力による 1）の点におけるモーメント算定

7）3）のモーメント＝6）のモーメントより x を算定

解答：A 点から右 3.3 m

『解法 03』未知力算定（力のつり合い）

図のような４つの力 P_1～P_4 がつり合っているとき、P_2 の値を求めよ。【H20 改】



『解法 03』未知力算定

1）求めたい未知力（ターゲット）を○チェック

2）ターゲット以外の未知力を△チェック

3）ターゲット以外の未知力の作用線を図示

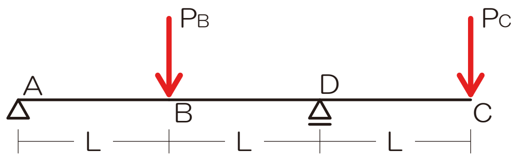
4）上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメントに着目、

平行なら⇒直行する軸のつり合いに着目

解答：P_2 ＝ － 20[kN]

『解法 04』支点の反力

図のような架構において、A 点に鉛直反力が生じない場合の P_B と P_C の比（$P_B : P_C$）を求めよ。【H24（1 級）】



『解法 04』支点の反力

1） 生じる可能性のある反力を図示

2） 求めたい未知力（ターゲット）を○チェック

3） ターゲット以外の未知力を△チェック

4） ターゲット以外の未知力の作用線を図示

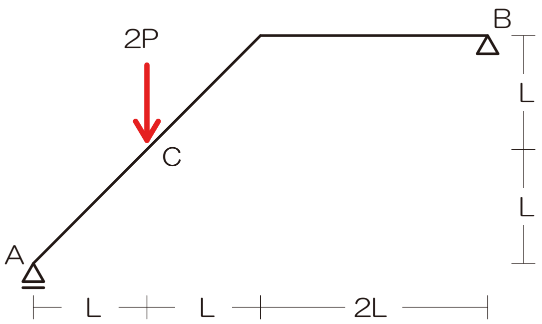
5） 上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメントに着目、平行なら⇒直行する軸のつり合いに着目

6） 残りの反力はそれ以外のカード（つり合い式）を用いて求める

解答：$P_B : P_C =$ 1 : 1

『解法 05』梁の応力

図のような荷重を受ける架構における、C 点の曲げモーメントを求めよ。【H19（1 級）】



『解法 05』梁の応力

1） 生じる可能性のある反力を図示

2） 応力を求めたい点で構造体を切断！

3） 計算対象を決定

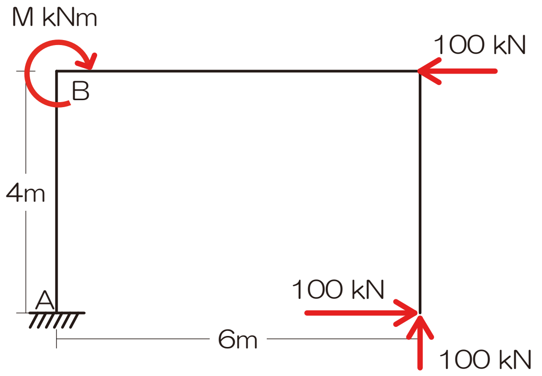
4） もし、未知力が入っていたら、未知力を求める

5） 曲げモーメントは作用線が交差しない全部の力

解答：3PL/2

『解法 06』ラーメンの応力

図のような荷重を受けるラーメンにおいて、A 点に曲げモーメントが生じない場合の、B 点に作用するモーメントの値 M を求めよ。【H13（1 級）】



『解法 06』ラーメンの応力

1） 生じる可能性のある反力を図示

2） 応力を求めたい点で構造体を切断！

3） 計算対象を決定

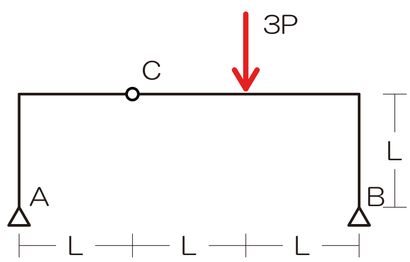
4） もし、未知力が入っていたら、未知力を求める

5） 曲げモーメントは作用線が交差しない全部の力

解答：1000[kNm]

『解法 07』３ヒンジラーメン

図のような荷重が作用する３ヒンジラーメンにおいて、A 点における水平反力の大きさを求めよ。【H24（1 級）】



『解法 07』３ヒンジラーメン

1）生じる可能性のある反力を図示

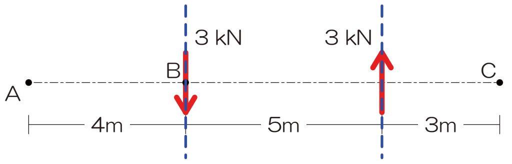
2）ヒンジ点でのモーメント０より反力の１つを消去

3）以降は力のつり合いより未知力を求める

解答：H_A ＝ P

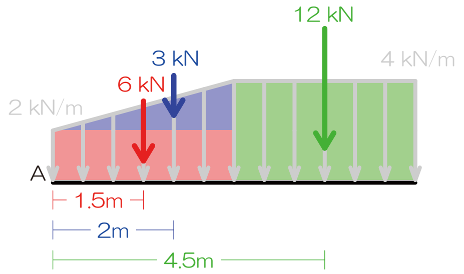
【解答】

『過去問 01』モーメント



$$M_A = +3\times 4 - 3\times(4+5) = -15[kNm]$$
$$M_B = 3\times 0 - 3\times 5 = -15[kNm]$$
$$M_C = -3\times(5+3) + 3\times 3 = -15[kNm]$$

『解法 02』力の合成（バリニオンの定理）



A 点における合成前のモーメント算定

$$M_A = +6\times 1.5 + 3\times 2 + 12\times 4.5$$

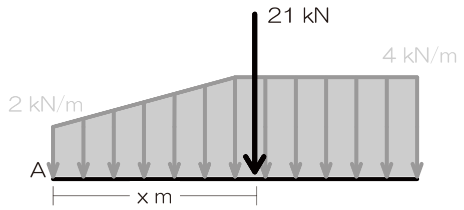
合成後の力の大きさを算定

$$P = +6 + 3 + 12 = 21[kN]$$

合成後の力の位置を仮定　⇒　左図

合成後の力による 1）の点におけるモーメント算定

$$M_A = +21\times x$$

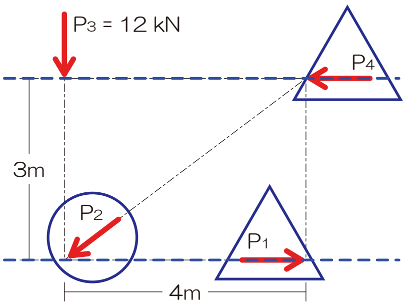


合成前後のモーメントに着目しｘを算定

$$+21\times x = +6\times 1.5 + 3\times 2 + 12\times 4.5$$
$$x = \frac{+6\times 1.5 + 3\times 2 + 12\times 4.5}{21}$$
$$x = \frac{+2\times 1.5 + 1\times 2 + 4\times 4.5}{7}$$
$$x = 3.3[m]$$

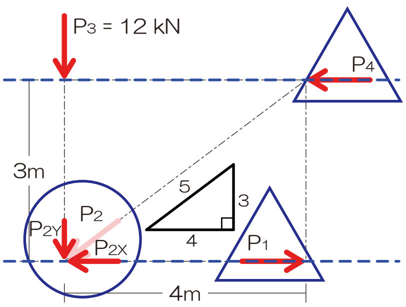
『解法問 03』未知力算定（力のつり合い）

図のような４つの力 P_1～P_4 がつり合っているとき、P_2 の値を求めよ。【H20 改】



平行ゆえに、直交する縦の力のつり合いに着目

$$\sum Y = -12 - P_Y = 0$$



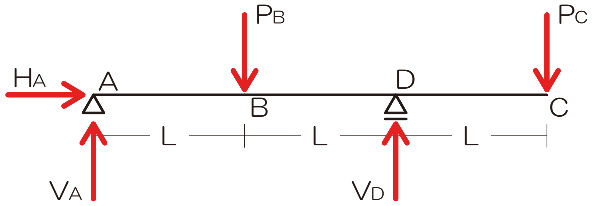
ただし、斜めの力が計算対象なので分力

$$P_Y = P_2 \times \frac{3}{5}$$

$$\sum Y = -12 - P_2 \times \frac{3}{5} = 0$$
$$P_2 = -20[kN]$$

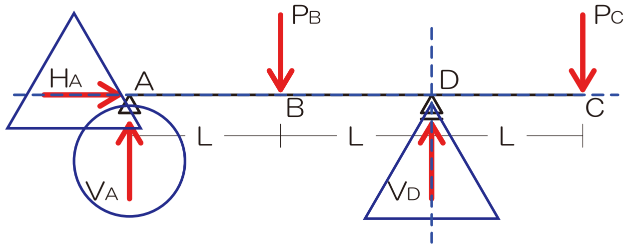
『解法 04』支点の反力

図のような架構において、A 点に鉛直反力が生じない場合の P_B と P_C の比（P_B : P_C）を求めよ。【H24（1 級)】



V_A を求める（交点 D のモーメントに着目）

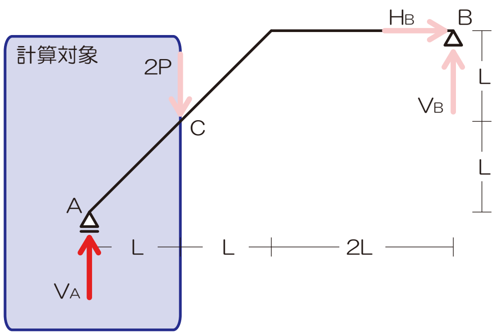
$$M_D = +V_A \times 2L - P_B \times L + P_C \times 0 = 0$$
$$V_A = \frac{P_B - P_C}{2}$$



V_A が 0 であることより

$$V_A = \frac{P_B - P_C}{2} = 0$$
$$P_B = P_C$$

『解法 05』梁の応力



計算対象を左とする

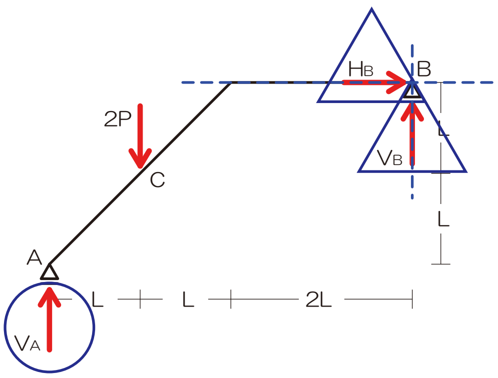
反力 VA を求める

$$M_B = +V_A \times 4L - 2P \times 3L = 0$$
$$V_A = \frac{3P}{2}$$

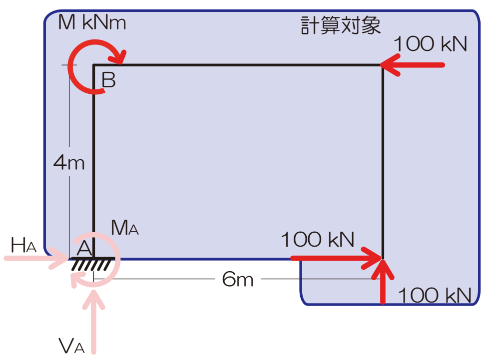
曲げモーメントは作用線が交差しない全部の力

$$M_C = +\frac{3P}{2} \times L = \frac{3PL}{2}$$

解答：3PL/2



『解法 06』ラーメンの応力



計算対象を右とする

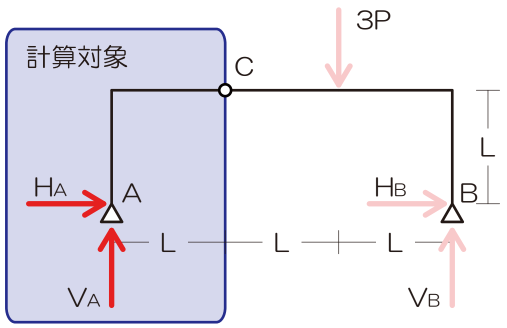
曲げモーメントは作用線が交差しない全部の力

$$M_A = +M - 100 \times 4 + 100 \times 0 - 100 \times 6$$

また、A 点の曲げモーメントが 0 であることより

$$M_A = +M - 100 \times 4 + 100 \times 0 - 100 \times 6 = 0$$
$$M = 1000[kNm]$$

『解法 07』３ヒンジラーメンの反力/応力

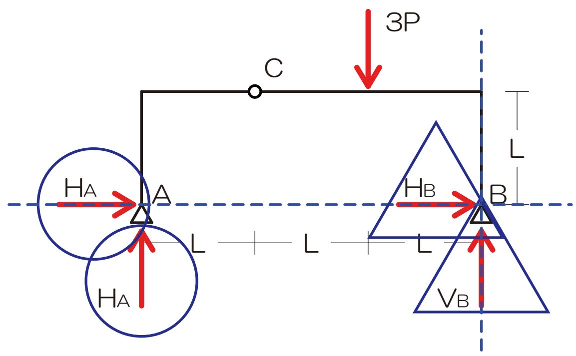


ヒンジ点でのモーメント０より反力の１つを消去

⇒　C 点の曲げモーメントに着目

$$M_C = +V_A - H_A = 0$$
$$V_A = H_A$$

⇒　V_A を H_A に変換（V_A を消去）



以降は力のつり合いより未知力を求める

⇒　ターゲットを H_A 系とすると、ターゲット以外の未知力は B 点で交差、B 点のモーメントに着目

$$M_B = +H_A \times 3L - 3P \times L = 0$$
$$H_A = P$$