

【本日の目標 2】

(1) 力のつりあい ← 「モーメント」「未知力算定」の概念を理解する

・過去問無し、ただし構造力学における多くの問題の必須事項

(2) 支点と節点 ← 「支点の反力」を求める事が出来る

・平成 24 年：支点の反力が生じない場合の荷重の比を求めよ

・平成 24 年：3 ヒンジラーメンの反力を求めよ

(3) 梁・ラーメン・3 ヒンジラーメンの応力 ← 「応力」を求める事が出来る

・平成 10、12 年：梁の応力を求めよ

・平成 11、13、19、20 年：ラーメンの応力を求めよ

・平成 10、14、17、18、21、22 年：3 ヒンジラーメンの応力を求めよ

注：「1.1.4 振動」「1.1.5 地震応答スペクトル」に関しては、他の分野に波及しない独立した単元であること、出題頻度も高くないこと、以上より重点対策講座からは除外し、本講座での解説となります

1.2 構造力学

1.2.1 力のつり合い

(A) 力、偶力、モーメント

(a) 力

■ 力の表記

➤ 力の 3 要素：大きさ/作用点/作用線（最も重要なのは「作用線」です）

■ 構造力学にてあつかう力の種類

1) 集中荷重：ベクトル（矢印）1 本で示される

2) 分布荷重：一定の面に広がりつつかかる荷重（P12）

※ 作用線が重要でしたね

※ 集中荷重に変換して計算

3) モーメント荷重：回転の荷重（P15）

4) 斜めの荷重：文字通り斜め…（P16）

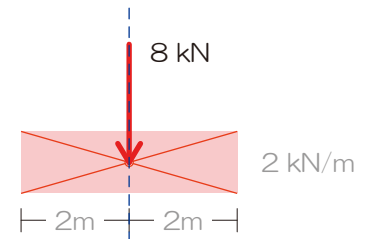
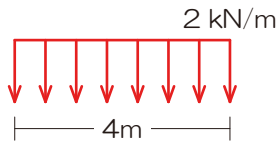
※ すべての点に等しいモーメントの影響を与えます

※ 縦・横に分解して計算しましょう



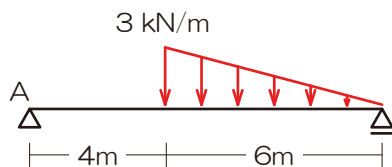
■ 分布荷重

- 分布荷重とは：あるエリアに広く「のべー」っとかかる荷重、外力として代表的なものとしては積雪荷重やプールの水など、単位は kN/m などと示され 1m あたりにかかる荷重 $[\text{kN}]$ って意味になります
- 分布荷重の変換：分布荷重に出会ってしまったら集中荷重へ置き換えましょう、その際のポイントは「力の大きさ」「力の作用点」ですが、**囲まれた図形に注目** してみましょう



『長さ 4m に渡り、 1m あたり 2kN の荷重がかかっている』って意味です

□ 分布荷重を集中荷重へ変換してみましょう（合力の作用線の位置を A 点からの距離で示しましょう）



1) 分布荷重に囲まれたエリアをチェック

2) 荷重の合計を求める

⇒ 囲まれたエリアの「面積」が荷重の合計

3) 荷重の作用点の位置を決定する

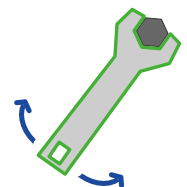
⇒ 囲まれたエリアの重心に作用

解答：A 点から 6m の位置に下方 9kN

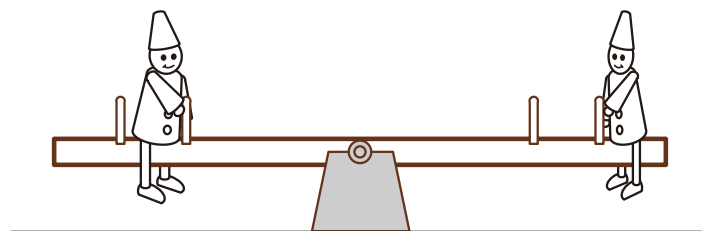
(b) モーメント

■ モーメントとは

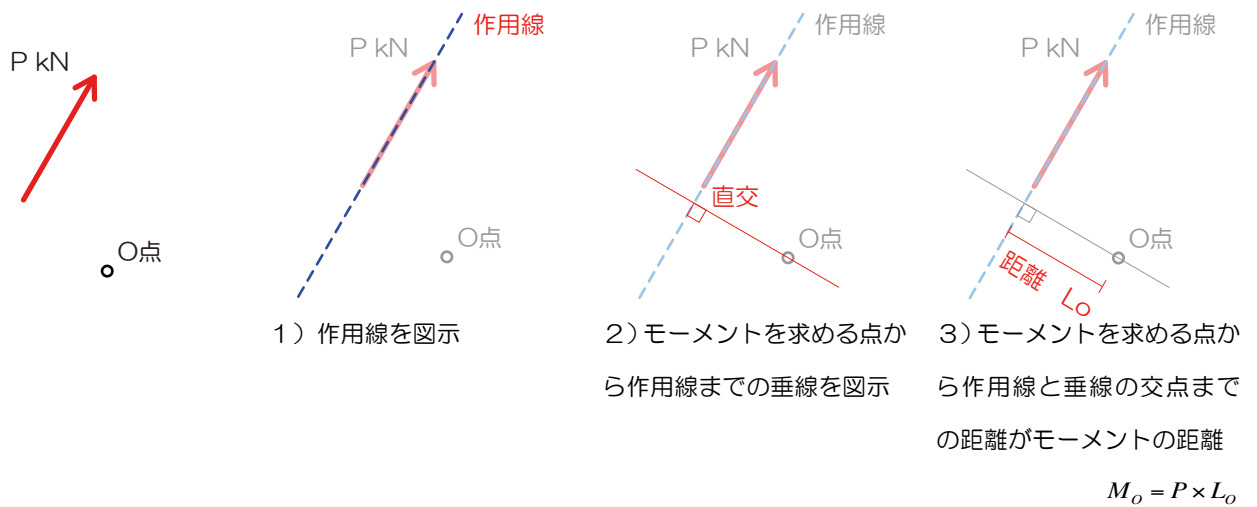
- モーメントの定義：任意の点にかかる回転の力、『任意の点』って言っているのでどこか点を決定しないとモーメントは求められません…、てこの原理やシーソーが有名ですね



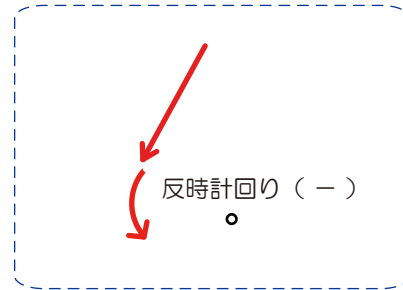
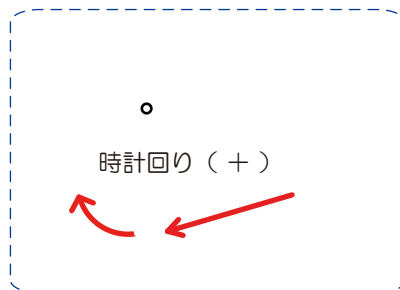
- シーソーが勝つための条件：もちろん重ければ勝ちます（下に落ちる）が…、できるだけ遠く（真ん中から）に座っても勝機はありますね



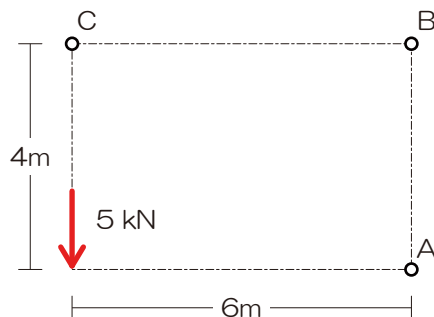
■ 任意の点のモーメント



➤ モーメントの符号：モーメントを求める点を指で押さえて実際に紙をグリグリ回してみましょう



□ B点のモーメントを求めてみましょう



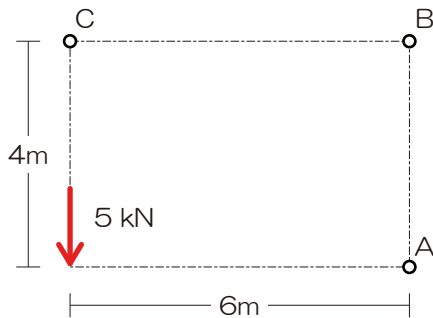
- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント＝力の大きさ×上記の距離
⇒ 符号の確認もお忘れなく

解答： $M_B = -30[\text{kNm}]$



- モーメントを求める点と作用線が交差する？：作用線上の点におけるモーメントは距離が0となるのでモーメントも生じません（事項の力のつり合いにて最強のツールとなるのでしっかりと覚えておきましょう）

□ A・B・Cの各点のうち、モーメントが0となる点はどれでしょう

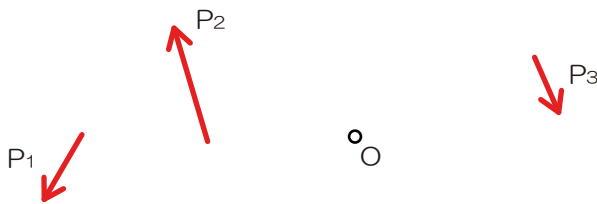


- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
⇒ 符号の確認もお忘れなく

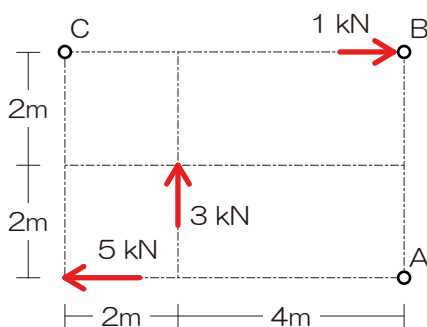
解答：C点

■ 複数の力によるモーメント

- 複数の力によるモーメント：それぞれの力によるモーメントを個別に求め、最後に合算しましょう



□ A点のモーメントを求めてみましょう

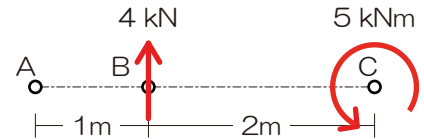


- 1) 作用線を図示
- 2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示
- 3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す
- 4) モーメント=力の大きさ×上記の距離
- 5) 複数の力によるモーメントを合算

解答： $M_A = 16[\text{kNm}]$

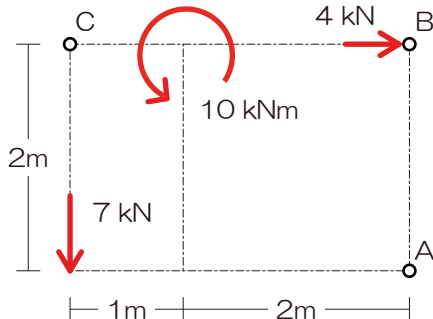


■ モーメント荷重



□ C 点のモーメントを求めてみましょう

。



1) 作用線を図示

2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示

3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す

4) モーメント＝力の大きさ×上記の距離

5) 複数の力によるモーメントを合算

解答： $M_C = -10[\text{kNm}]$

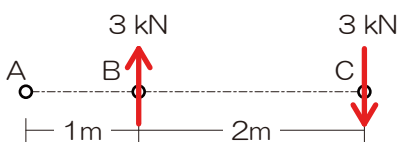
(c) 偶力

■ 偶力とは

➤ 作用線が並行で力の大きさが等しく、向きが反対の一对の力を偶力といいます、偶力のみが作用している場合には、すべての点のモーメントは等しくなります

□ A・B・C 各点のモーメントを求めてみましょう

。



1) 作用線を図示

2) モーメントを求める点から作用線までの垂線を図示

3) モーメントを求める点から作用線と垂線の交点までの距離を示す

4) モーメント＝力の大きさ×上記の距離

5) 複数の力によるモーメントを合算

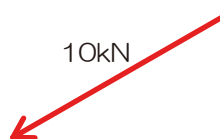
解答： $M_A = M_B = M_C = 6[\text{kNm}]$

(B) 力の分解・合成

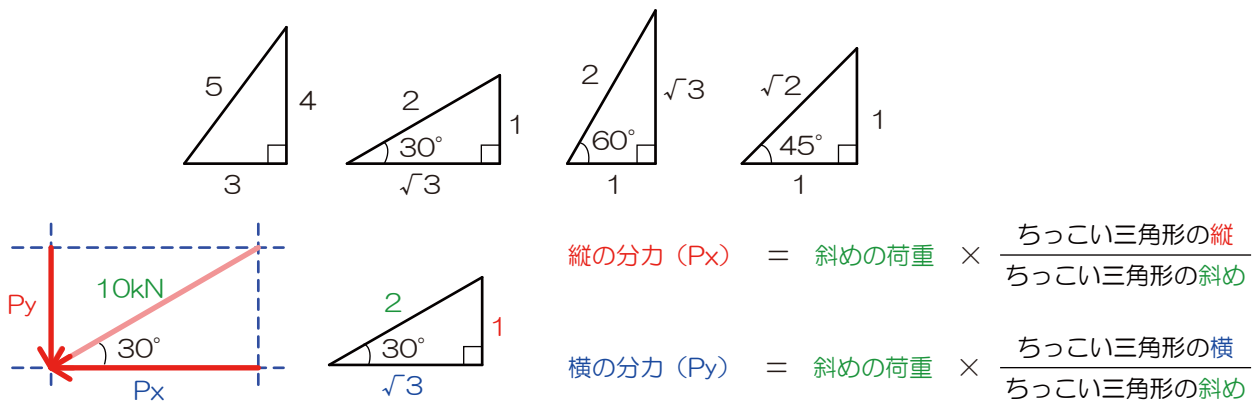
(a) 力の分解

■ 斜め荷重への対処法

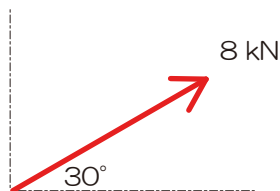
➤ 斜めの荷重に出ったら：縦と横に分解しましょう



➤ 解の方法：ちっこい三角形を書いて考えましょう（三角関数？比の計算？解法は問いませんがオススメを示します）



□ 斜めの荷重を縦・横に分解してみましょう



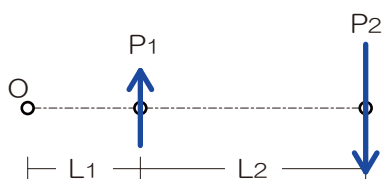
- 1) 分力の予想図を作成
- 2) ちっこい三角形を検討
- 3) 比の計算より鉛直・水平の荷重を算定

解答：鉛直 = 4 kN (上)、水平 = $4\sqrt{3}$ kN (右)

(b) 力の合成（オプション、1 級建築士試験では過去出題はありません、2 級ではあるんですが…）

■ 平行 2 力の合成

- バリニオンの定理：「物体に与える影響は変化しない」を「任意の点のモーメントが変化しない」に置き換えて合力の問題を（作用線の位置を）解いてみましょう、って定理です
- 合成後の力の大きさを求め、その力がどこを通るのか勝手に予想して（いずれかの点からの距離を x としましょう）図示
- その後、バリニオンの定理を用いて、任意の点に着目し「合成前のモーメント」＝「合成後のモーメント」とし、作用線の正確な位置を求めます



(C) 力のつり合い

■ 力のつり合いの重要度

- 力学を学ぶ上で、最も重要な項目が「力のつり合い」です！未知力算定・支点の反力算定・トラスの応力算定などで用います（また、応力算定では支点の反力がわからないと解答不可な問題がほとんどです、さらに応力が解けないと応力度も…なんて形で様々な分野に波及していきます）

■ 力のつり合いとは

- つりあい状態：物体にかかる力がつり合っている場合には、その物体は動きません
- 物体が動いていない条件：回転していない・縦に動いていない・横にも動いていない、の三条件が同時に成立すること

■ 力のつり合い三式

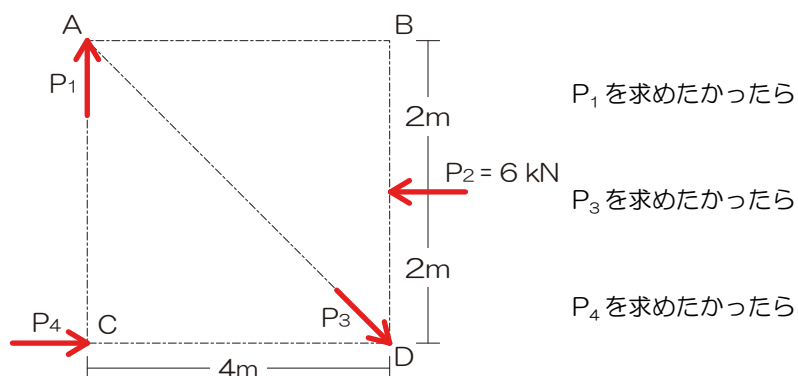
- 回転していない：
- 縦に動いていない：
- 横にも動いていない：

■ 未知力算定の基礎

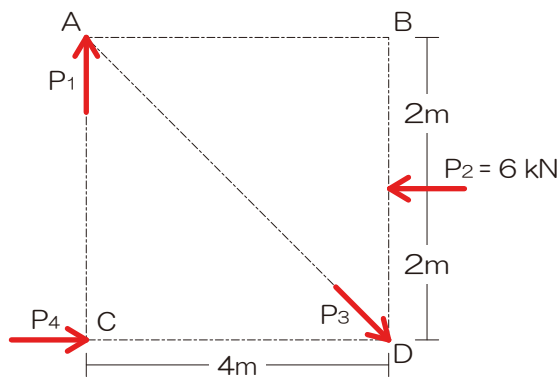
- 未知力とは：値が求められていない力、問題に示される以外にも自分自身で仮定した力も含まれる
- 未知力の求めかた：つり合い三式を用いて未知の力を求める（基本的には三連立方程式）、未知力3つまではほぼ求めることが可能
- 未知力算定の大前提：極力無駄な式は使いたくない！求めたい未知力（ターゲット）以外の未知力が式の中になければ一発で片がつくのに…
- つり合い三式の選び方：

□

各未知力を求める際に最もスマートな式を選択してみましょう



□ 未知の荷重 P_1 の値を求めてみましょう



- 1) 求めたい未知力（ターゲット）を○チェック
- 2) ターゲット以外の未知力を△チェック
- 3) ターゲット以外の未知力の作用線を図示
- 4) 上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメントに着目（ $M_o = 0$ ）、平行なら⇒直行する軸のつり合いに着目（ $\sum Y = 0$ もしくは $\sum X = 0$ ）

解答： $P_1 = 3 \text{ kN}$ （上）

1.2.2 骨組

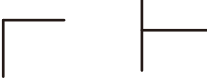
（A）骨組み

■ 構造物を構成するパート

- 支点：構造物を支える点、種類は3つ、部材にかかった力により反力が生じる
- 節点：各部材が接合されている点、種類は2つ、部材に生じた応力を伝搬する

■ 節点の種類

- 剛節点：完全に固定された節点、すべての応力（次項参照）を伝搬可能
- 滑節点（ピン節点）：回転可能な節点、曲げモーメント（次項）を伝搬できない（曲げモーメントが0となる）

ピン接合（滑節点） ※ 回転可能	剛接合（剛節点） ※ 回転不可・固定	混合 ※ 両者が…
		

（a）節点による分類

- トラス：節点が全てピン、荷重をかける位置は支点・節点上のみ
- ラーメン：節点がすべて剛、部材が直線な鉛直・水平部材で構成
- 合成ラーメン：剛節点とピン節点が混在する構造物（建築士試験ではもっとも厄介な構造物…）

（b）形状による分類

- はり・アーチ・ラーメン・トラスなど

（c）応力による分類

- ラーメン：すべての応力が生じる
- トラス：軸方向力のみ生じる



(B) 支点

■ 支点の種類

➤ 動けない方向に反力が生じる

支点種類	移動可能な方向			生じる可能性のある反力		
	鉛直	水平	回転	鉛直	水平	回転
ローラー支点 						
ピン支点 						
固定支点 						

■ 支点反力の図示

➤ 支点を見つけたら生じる可能性のある反力を図示（もう問題を読む前にでも！）

➤ 鉛直方向は「V（上方をプラス）」、水平方向は「H（右をプラス）」、回転（モーメント）を「M（時計回りがプラス）」で表記するのが一般的



ローラー支点

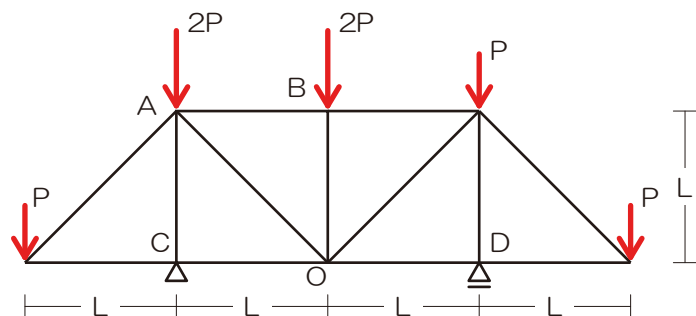
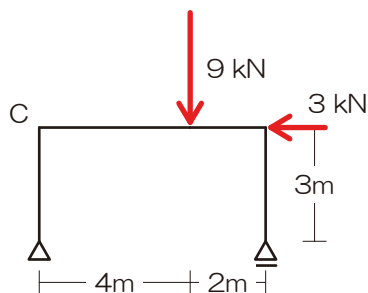
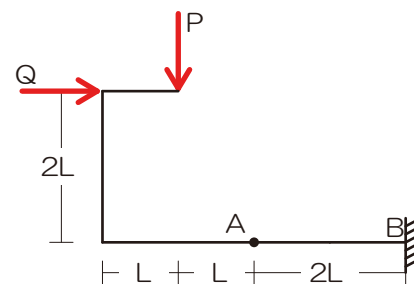
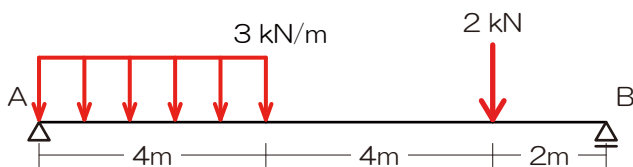


ピン支点



固定支点

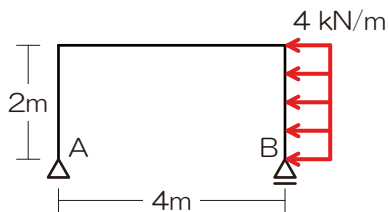
□ 各支点の反力を図示してみましょう



■ 反力の求め方

➤ 「反力を図示」⇒「未知力算定（力のつり合い）」以上！

□ 梁の支点反力を求めてみましょう（単純ラーメン）



- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 求めたい未知力（ターゲット）を○チェック
- 3) ターゲット以外の未知力を△チェック
- 4) ターゲット以外の未知力の作用線を図示
- 5) 上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメント、
交差しないなら⇒直行する軸のつり合い
- 6) 残りの反力はそれ以外のカードを用いる

解答： $V_A = 2 \text{ kN}$ 、 $H_A = 8 \text{ kN}$ 、 $V_B = -2 \text{ kN}$

(C) 安定、静定

■ 構造物の分類

➤ 「安定」or「不安定」、安定のものは「静定」or「不静定」に分類されます

(a) 安定、不安定

■ 安定・不安定とは

➤ 不安定な構造体は「わずかな力で倒壊、移動」

(b) 静定、不静定

■ 静定・不静定とは

➤ 静定構造物は「力の釣合い式のみ」で反力を求めることができる、不静定は…反力の数が多いので釣合い式のみでは算定不可能…（変形の知識を用いて求めることができるものもあります）

構造物	安定	静定 （釣合い式のみで反力算定可）
		不静定 （変形等の条件を加味し反力算定）
	不安定 （わずかな力で倒壊・変形）	

(c) 判別

□ **判別式**： $m = n + r + s - 2k$ $m > 0$ で不静定、 $m = 0$ で静定、 $m < 0$ で不安定

n …反力数、 r …部材数、 s …剛接合部材数（※）、 k …支点・節点の総数



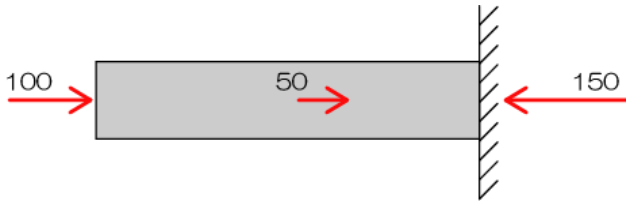
1.2.3 静定構造物の応力

■ 応力とは

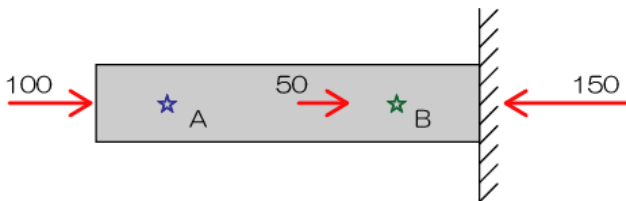
1) 100、50 の荷重を受けている片持ち梁があります



2) このままでは力の釣り合いが取れていないので右端の支
点に反力 150 があるはず

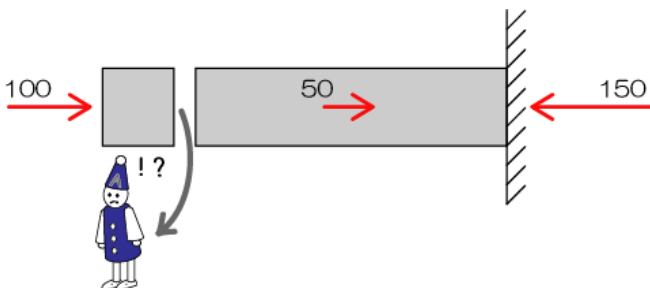


3) さて、ここで質問「以下の A 点と B 点ではどちらが“痛
い”ですか？」材の中に小人さん(☆印)がいることを
想定し、考えてみてください

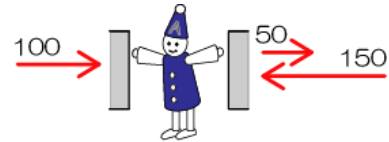


正解は皆さんのご想像の通り B 点なのですが、そのままでは講義が成立しないのでちゃんと解説してみます

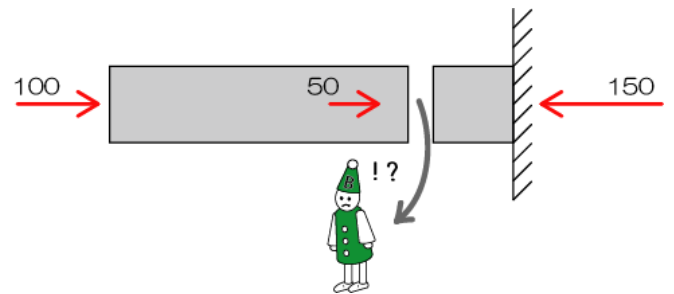
4) では、A 点に隠れている小人さんに登場願しましょう(A
点で構造体を切断します)



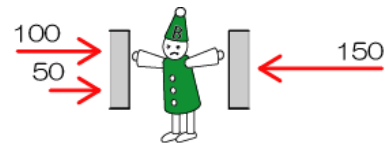
5) A 点の小人さんは左側から 100 で押され、右側からも
100 で押されています(50 で引張られ、150 で押さ
れているのでその合計) → 「両側から 100 ずつで
押されている」



6) 次は B 点の小人さん登場



7) B 点の小人さんは、左から 150 (100+50)、右側から
も 150 で押されています → 「両側から 150 ずつで
押されている」



8) 結果は…、B の小人さんのほうが 1.5 倍 “痛そう” です
(小人さんの表情変えているんですが見えますか？笑)

「両側から 100 ずつで押されている」状態を軸方向力(圧縮) 100、 $N = -100$ (圧縮がマイナスになります) と表記し、「両側から 150 ずつで押されている」状態を軸方向力(圧縮) 150、 $N = -150$ と表記します

※ 応力(応力度も)は小人さんの気持ちになって考えま
しょう(応力を求める点で構造体を【切断】し、小人
さんに登場ねがひましょう)

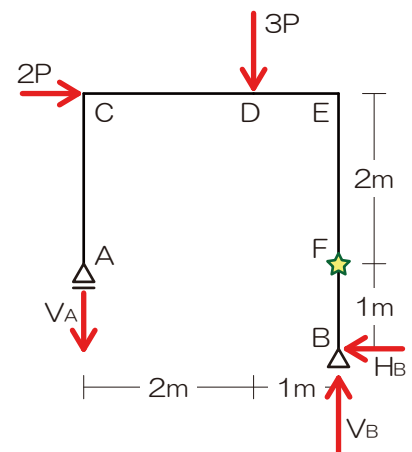
※ 応力は左右(もしくは上下)で必ず釣り合います(っ
てことは片側の力のみ【選択】し計算すれば OK)

※ **【応力】は【切断】⇒【選択】**の手順を守れば計算可
能!

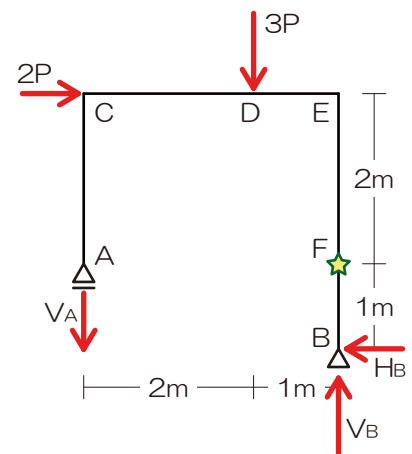


(A) 応力の種類

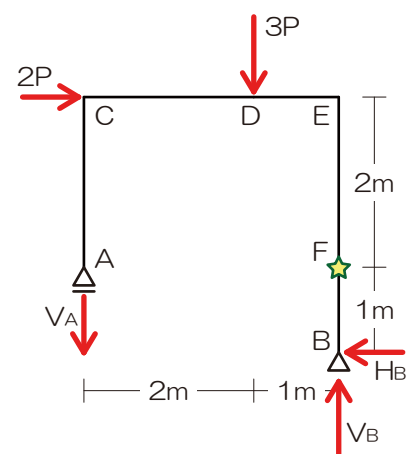
■ 軸方向力



■ せん断力



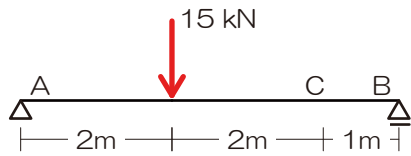
■ 曲げモーメント



(B) 静定梁の応力

■ 応力算定の基礎

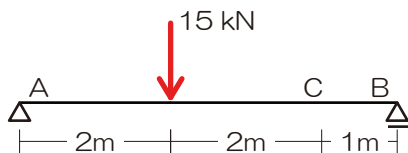
➤ C点の各応力を求めてみましょう



- 1) 生じる可能性のある反力を図示
 - 2) 応力を求めたい点で構造体を【切断】！
 - 3) 計算対象を【選択】（計算対象とならなかった力は応力算定時には完全シカトすること！）
 - 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力（通常は反力だね）を求める 図は 1) に戻るよ！）
 - 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメント
- はとにかく計算対象側全部の力

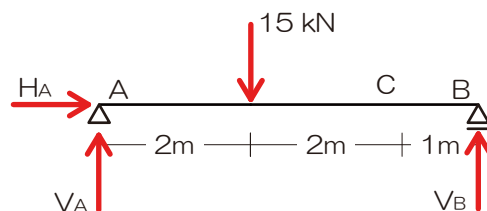
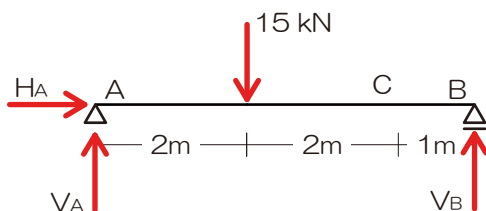
解答： $N_C=0$ [kN]、 $Q_C=9$ [kN]、 $M_C=6$ [kNm]

➤ 提案した解法の短所 ⇒ 応力計算と反力計算で対象となる力が変化するので留意

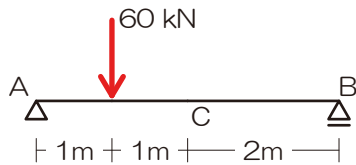


※反力算定：構造体にかかる【すべての力】が計算対象

※応力算定：切断後に選択された範囲にある力のみが計算対象



□ 図のような外力を受ける単純梁の A 点における曲げモーメントを求めてみましょう

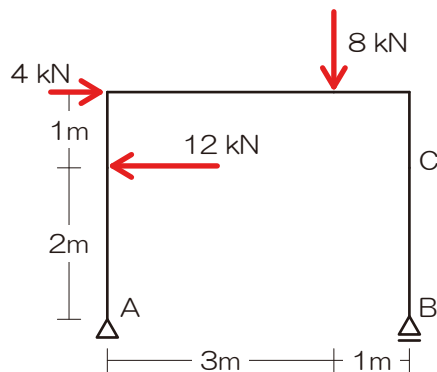


- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断！
- 3) 計算対象を決定（計算対象とならなかった力は応力算定時には完全シカトすること！）
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力（通常は反力だね）を求める 図は 1) に戻るよ！）
- 5) セン断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントはとにかく計算対象側全部の力

解答： $N_C = 0 \text{ kN}$ 、 $Q_C = 15 \text{ kN}$ 、 $M_C = 30 \text{ kNm}$

(C) 静定ラーメンの応力

□ 図のような外力を受ける静定ラーメンにおいて、C 点の各応力を求めてみましょう



- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断！
- 3) 計算対象を決定（計算対象とならなかった力は応力算定時には完全シカトすること！）
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力（通常は反力だね）を求める 図は 1) に戻るよ！）
- 5) セン断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントはとにかく計算対象側全部の力

解答： $N_C = -3 \text{ kN}$ 、 $Q_C = 0 \text{ kN}$ 、 $M_C = 0 \text{ kNm}$

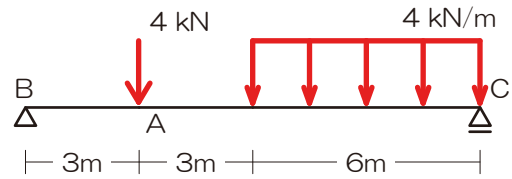


『解法 08』 梁・ラーメンの応力

以下の構造物の A 点における曲げモーメントを求めよ

『解法手順 05』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造物を【切断】！
- 3) 計算対象を【選択】
⇒ 今回は左側を選択してみます
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力を求める 図は 1) に戻るよ！
- 5) 曲げモーメントはとにかく計算対象側全部の力



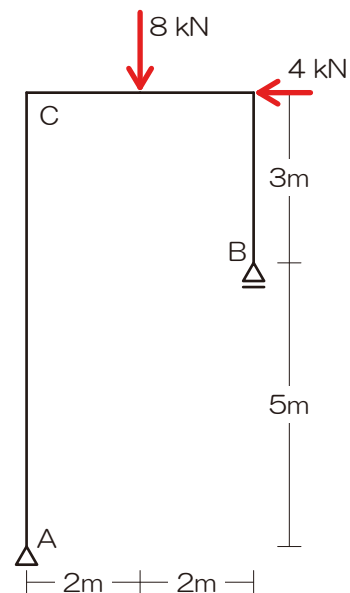
解答 : $M_A = 27 \text{ kNm}$

『解法 08』 梁・ラーメンの応力

以下の構造物の C 点における曲げモーメントを求めよ

『解法手順 08』 梁・ラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造物を【切断】！
- 3) 計算対象を【選択】
⇒ 今回は左側を選択してみます
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力を求める 図は 1) に戻るよ！
- 5) 曲げモーメントはとにかく計算対象側全部の力



解答 : $M_C = 32 \text{ kNm}$

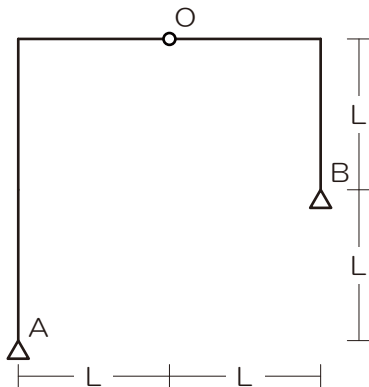


(D) 3ヒンジラーメン

■ 3ヒンジラーメンとは



□ 以下の構造物のA支点の鉛直反力を求めてみましょう

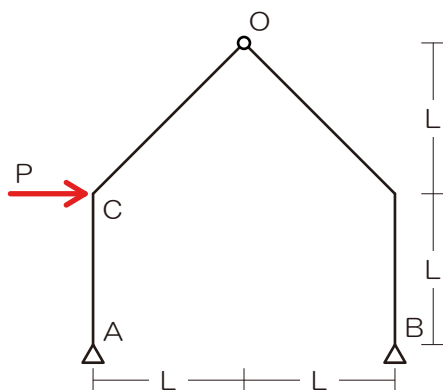


- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) ヒンジ点でのモーメント0より反力の1つを消去
- 3) 以降は力のつり合いより未知力を求める

解答: $V_A = -2P/3$

『解法 09』 3ヒンジラーメンの応力

以下の構造物のC点における曲げモーメントを求めよ



『解法解法 09』 3ヒンジラーメンの応力

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断!
- 3) 計算対象を決定
- 4) もし、未知力が入っていたら、未知力を求める
- 5) 3ヒンジラーメンではピン節点で曲げモーメントが0になることを用いて各計算を行う

解答: $3PL/4$

