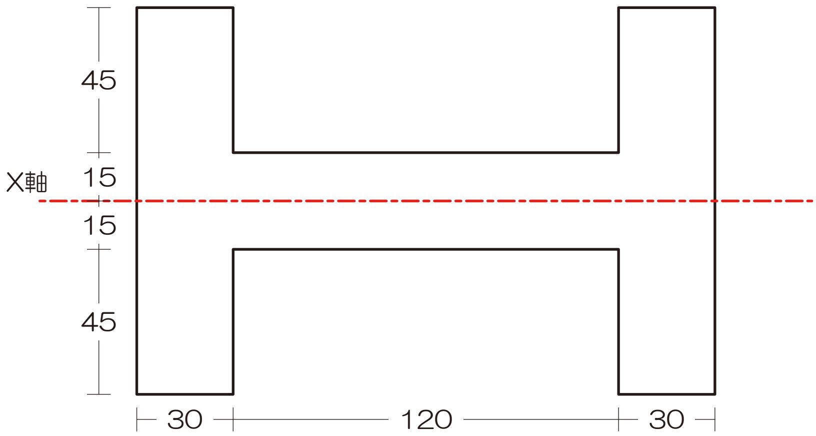
『解法 01』中立軸（図心、断面１次モーメント） @本講座サブテキ P4 ⇒ 無し…

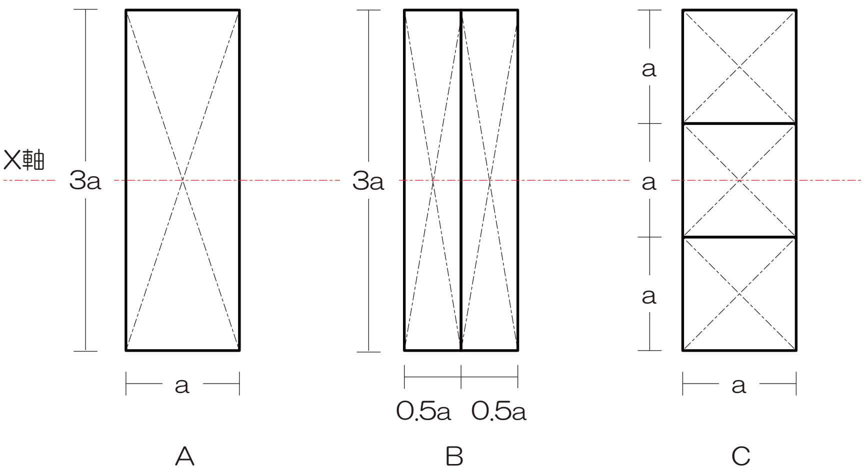
『解法 02』断面２次モーメント/断面係数 @本講座サブテキ P6

【過去問１】図のような断面のＸ軸に関する断面二次モーメントを求めよ。ただし、図中の単位は mm とする。【H19】



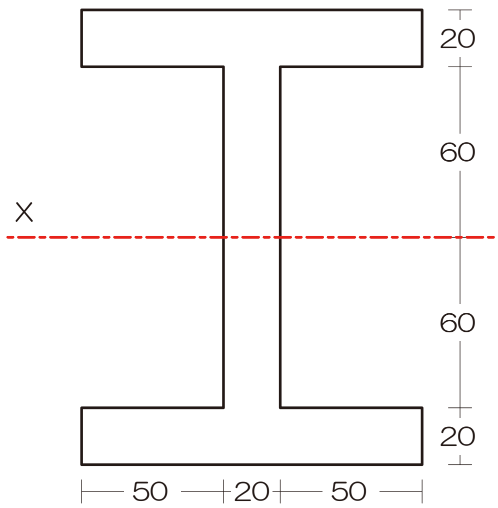
解答：8.91×10^6［mm^4］

【過去問２】図のような断面をもつ製材（木材）の梁Ａ、Ｂ、ＣのＸ軸まわりの曲げ強さの大小関係を求めよ。ただし、すべての梁の材質、支持条件およびスパンは同一とし、梁ＢおよびＣを構成する部材はそれぞれ相互に接合されていないものとする。【H18】



解答：A=B>C

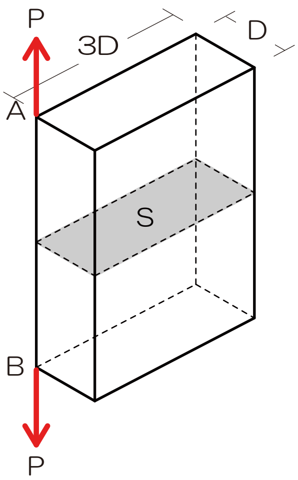
【過去問 3】図のような断面のX軸に関する断面二次モーメントと断面係数をそれぞれ求めよ。ただし、図中の単位はmmとする。【H15】



解答：I =2.66×10^7 [mm^4]、Z =3.32×10^5 [mm^3]

『解法 03』垂直応力度（弾性状態）　@本講座サブテキ P17

【過去問 4】図のような長方形断面のA点およびB点に荷重Pが作用している場合、線分ABに垂直な断面Sに生じる「引張り応力度の最大値」と「圧縮応力度の最大値」をそれぞれ求めよ。ただし、長方形断面は等質等断面であり、線分ABは断面寸法に比べて十分に長いものとする。【H14】

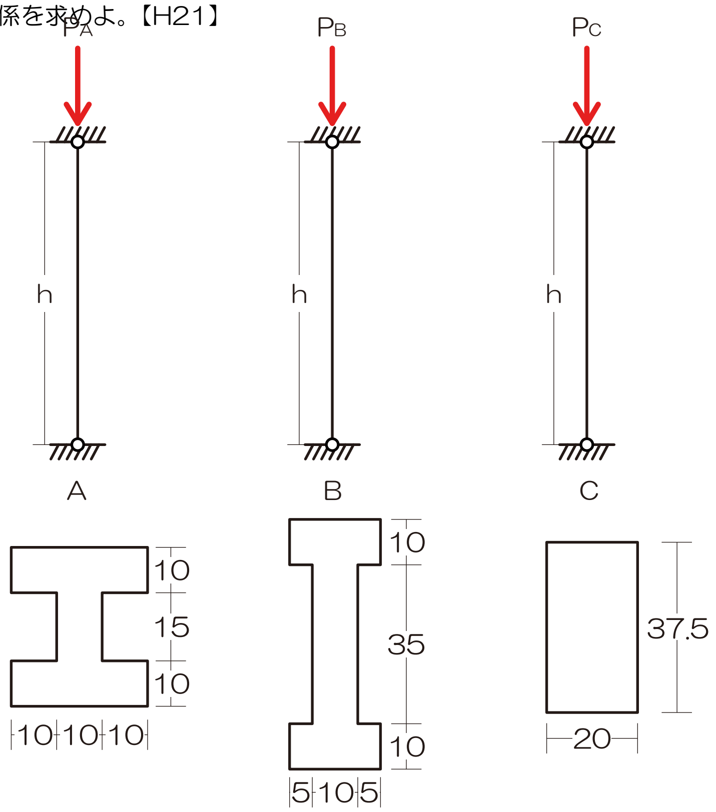


解答：引張 7P/3D^2、圧縮 5P/3D^2

『解法 04』ひずみ　@本講座サブテキ P18　無し（トラスにて）

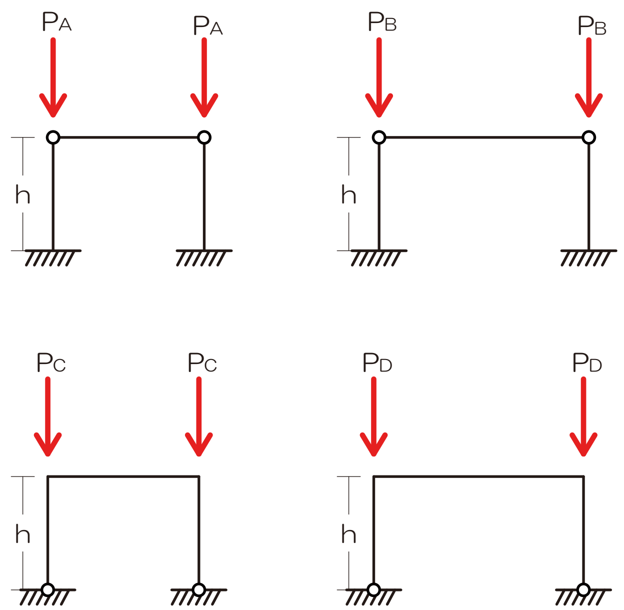
『解法 05』座屈　@本講座サブテキ P19

【過去問 5】図のような支持条件および断面で同一材質からなる柱 A、B、C において、中心圧縮の弾性座屈荷重の理論値の大小関係を求めよ。【H21】



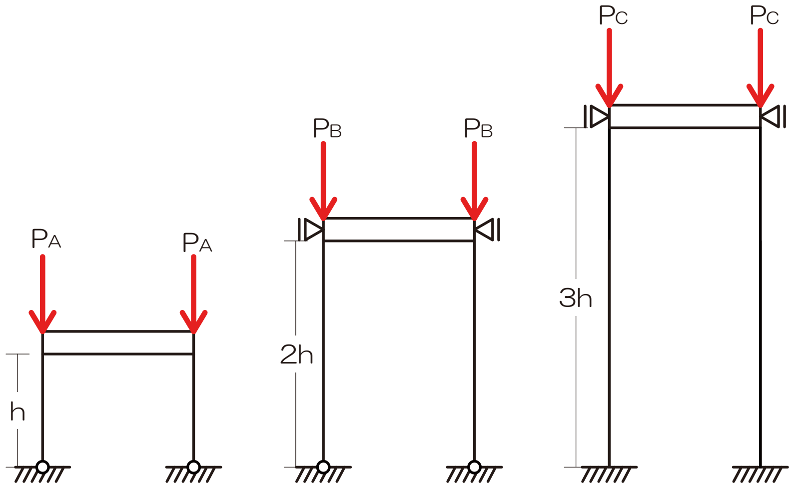
解答：$P_A>P_C>P_B$

【過去問 6】図のような構造物の柱の弾性座屈荷重をそれぞれ P_A、P_B、P_C、P_D としたとき、それらの大小関係を求めよ。ただし、すべての柱および梁は等質等断面であり、「柱および梁の重量」および「柱の面外方向の座屈および梁の座屈」については無視するものとする。【H19】



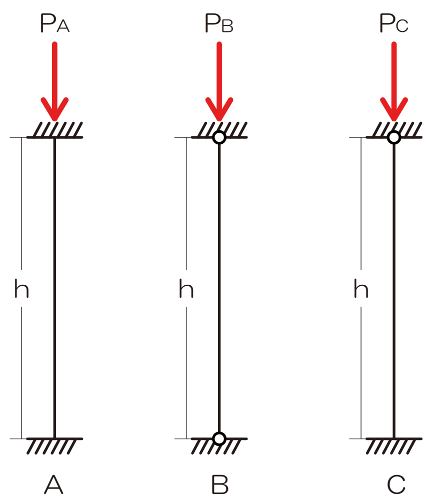
解答：$P_A>P_C>P_B$

【過去問 7】図のような構造物の柱の弾性座屈荷重をそれぞれ P_A、P_B、P_C としたとき、それらの大小関係を求めよ。ただし、すべての柱は等質等断面であり、梁は剛体とし、柱および梁の重量については無視するものとする。【H18】



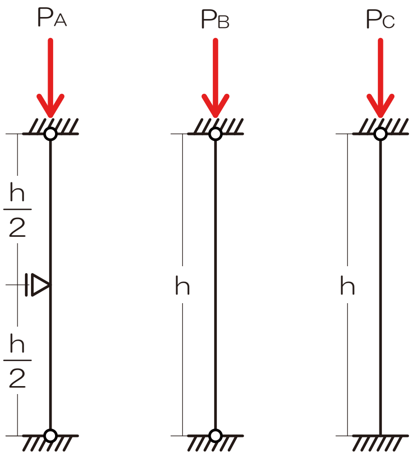
解答：$P_B > P_C > P_A$

【過去問 8】図のような支持条件の柱 A、B、C が、中心圧縮力を受けたときの座屈長さの理論値を求めよ。ただし、すべての柱は等質等断面の弾性部材とし、長さは等しいものとする。また、すべての材端の水平移動は拘束されているものとする。【H17】



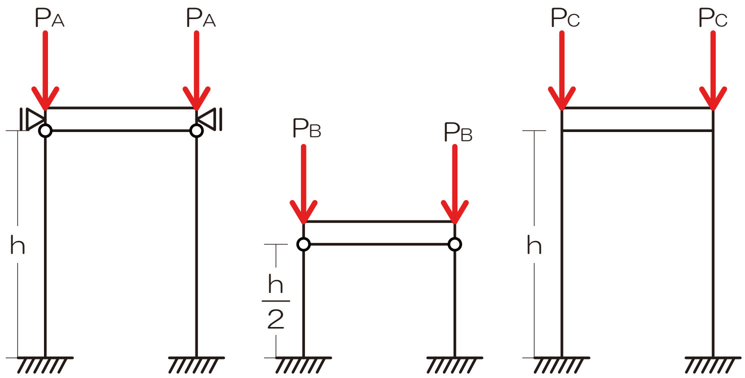
解答：$l_{kA}=0.5h$、$l_{kB}=1.0h$、$l_{kC}=0.7h$

【過去問 9】図のような支持条件で同一の材質からなる柱 A、B、C の弾性座屈荷重の理論値 P_A、P_B、P_C の大小関係を求めよ。ただし、柱 A、B、C の材端の移動は拘束されており、それぞれの断面二次モーメントは I、2I、3I とし、面外方向の座屈については無視するものとする。【H14】



解答：$P_B < P_A < P_C$

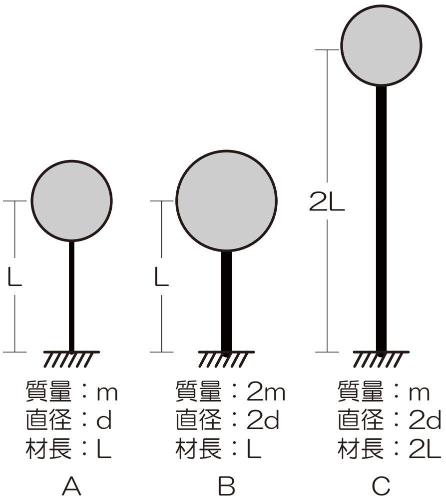
【過去問 10】図のような構造物の柱の弾性座屈荷重をそれぞれ P_A、P_B、P_C としたとき、それらの大小関係を求めよ。ただし、すべての柱は等質等断面であり、梁は剛体とし、柱および梁の重量については無視するものとする。【H13】



解答：$P_A > P_B = P_C$

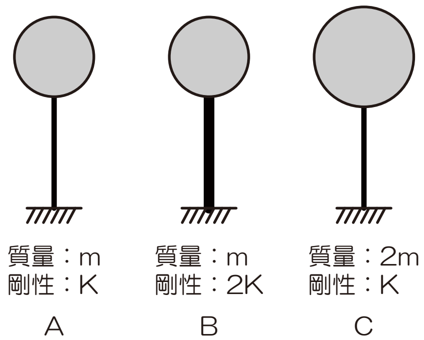
『解法 06』固有周期　@本講座サブテキ P15

【過去問 11】図のような頂部に集中荷重をもつ丸棒 A、B、C における固有周期 T_A、T_B、T_Cの大小関係を求めよ。ただし、三本の棒はすべて等質とし、棒の質量は無視する。なお、棒のバネ定数は $3EI/L^3$（L：棒の長さ、E：ヤング係数、I：断面二次モーメント）である。【H19】

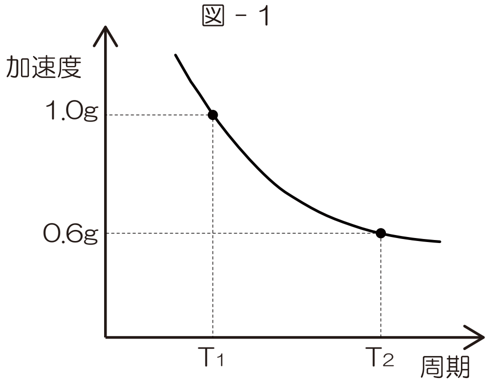


解答：$T_A>T_C>T_B$

【過去問 12】図-1 のような頂部に集中質量をもつ棒 A、B、C における固有周期をそれぞれ T_A、T_B、T_Cとする場合において、それぞれの棒の脚部に図-2 のような加速度応答スペクトルをもつ地震動が入力されたとき、棒に生じる最大応答せん断力が Q_A、Q_B、Q_Cとなった。T_A、T_B、T_Cの大小関係と Q_A、Q_B、Q_Cの大小関係を求めよ。ただし、T_A、T_B、T_Cは図-2 の T_1、T_2の間の値を取り、応答は水平方向であり弾性範囲とする。【H16】



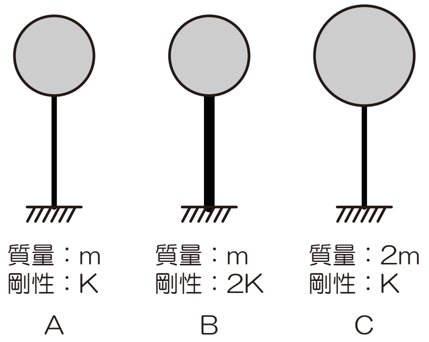
図－1



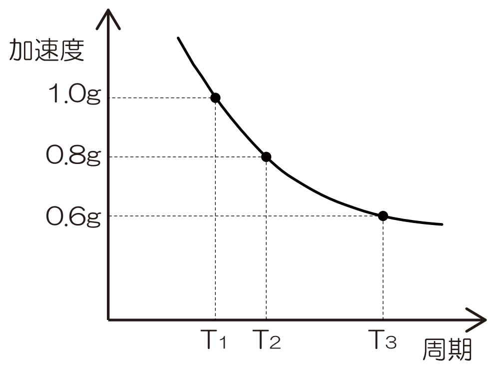
図－2

解答：$T_B<T_A<T_C$、$Q_A<Q_B<Q_C$

【過去問 13】図-1 のような頂部に集中質量 m または 2m を持ち剛性が K または 2K の棒 A、B、C における固有周期はそれぞれ T_A、T_B、T_C である。それぞれの棒の脚部に図-2 で示す加速度応答スペクトルをもつ地震動が入力されたとき、棒に生じる最大応答せん断力が Q_A、Q_B、Q_C となった。Q_A、Q_B、Q_C の大小関係を求めよ。ただし、T_A、T_B、T_C は図-2 の T_1、T_2、T_3 のいずれかに対応し、応答は水平方向であり弾性範囲とする。【H13】



図－1

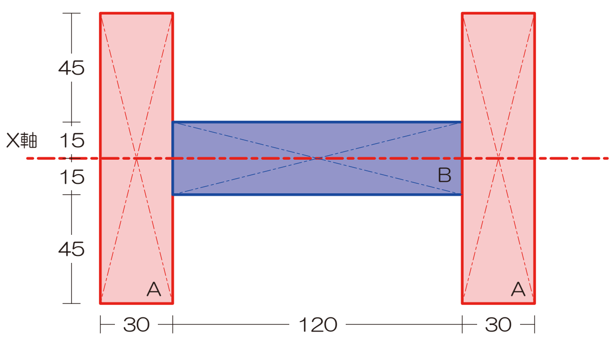


図－2

解答：$Q_C > Q_B > Q_A$

【【解答】】

【過去問１】



1）軸チェック

⇒　X 軸

2）図心が等しくなるように断面を分割

⇒　左図のように分割

3）各断面の断面２次モーメントを求め足し引き

⇒　断面２次モーメントを求める

$$I = I_A + I_B \times 2$$

$$I_A = \frac{120 \times 30 \times 30 \times 30}{12}$$

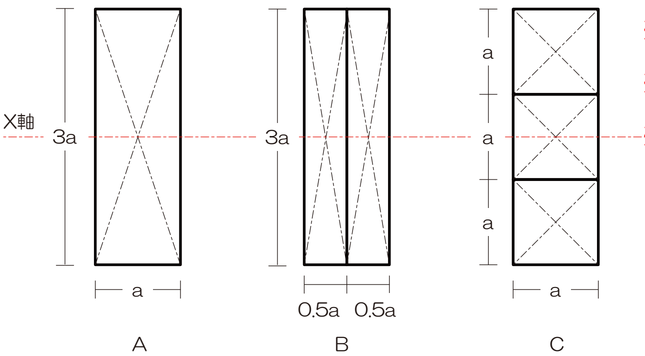
$$I_B = \frac{30 \times 120 \times 120 \times 120}{12}$$

$$I = \frac{120 \times 30 \times 30 \times 30}{12} + \frac{30 \times 120 \times 120 \times 120}{12} \times 2$$

$$I = \frac{120 \times 30}{12}(30 \times 30 + 120 \times 120 \times 2)$$

$$I = 8910000$$

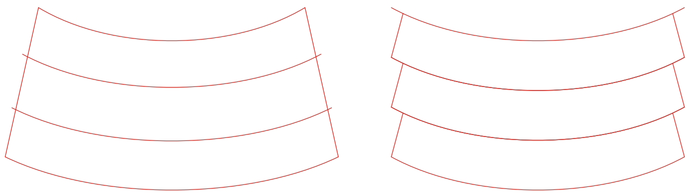
【過去問 2】



※　曲げ強さは断面係数に比例するので断面係数の大小を比較する

※　矩形断面の場合には、単純化した Z の公式が使用可能

※　接合されていない場合部材の曲げ強度は、各部材の図心位置での変形に依存する（下の右図）ことからも、単純に各部材の断面係数を算定し（図心位置での変形として）、合算すれば全体の断面係数となります



A 断面の断面係数は

$$Z_A = \frac{a \times 3a \times 3a}{6} = \frac{3a^3}{2}$$

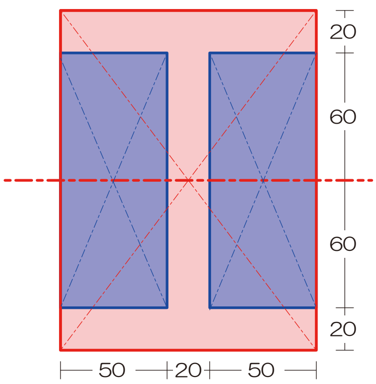
B 断面の断面係数は

$$Z_B = \frac{0.5a \times 3a \times 3a}{6} \times 2 = \frac{3a^3}{2}$$

C 断面の断面係数は

$$Z_C = \frac{a \times a \times a}{6} \times 3 = \frac{a^3}{2}$$

【過去問 3】



1）軸チェック

⇒　X 軸

2）図心が等しくなるように断面を分割

⇒　左図のように分割

3）各断面の断面２次モーメントを求め足し引き

⇒　断面２次モーメントを求める

$$I = I_A - I_B \times 2$$

$$I_A = \frac{120 \times 160 \times 160 \times 160}{12}$$

$$I_A = 10 \times 160 \times 160 \times 160$$

$$I_B = \frac{50 \times 120 \times 120 \times 120}{12}$$

$$I_B = 50 \times 10 \times 120 \times 120$$

$$I = 2.66 \times 10^7$$

⇒　断面係数を求める

$$Z = \frac{I}{y/2}$$

$$Z = 2.66 \times 10^7 \times \frac{2}{y}$$

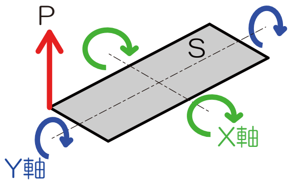
$$Z = 2.66 \times 10^7 \times \frac{2}{160}$$

$$Z = 3.32 \times 10^5$$

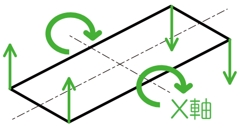
【過去問 4】

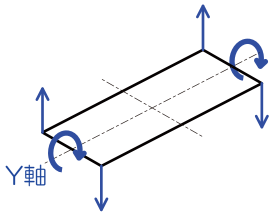
※　この問題はちょっと厄介で…まずは下準備

※　偏心した荷重では斜めの回転が発生します

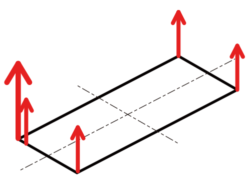


※　斜めの回転は X・Y の両軸に曲げモーメントによる曲げ応力度を生じさせます

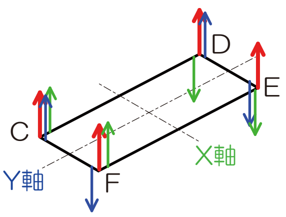




※　また、もともとの荷重による垂直応力度もあります



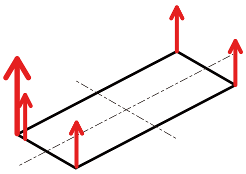
※　最終的に合算すると以下のようになり、最も引張られているのが C 点、圧縮が最も大きくなるのは E 点となります



⇒　ゆえに、C 点、E 点の垂直応力度を求める

1）軸方向力による垂直応力度を求める

⇒　全断面均一、符号に注意！！

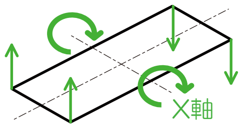


$$\sigma_N = \frac{P}{D \times 3D} = \frac{P}{3D^2}$$

2）曲げモーメントによる曲げ応力度（垂直応力度）を求める

⇒　X 軸における曲げモーメントは（距離は辺の半分！）

$$M_X = P \times \frac{3D}{2}$$



⇒　X 軸の断面係数は

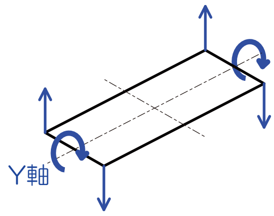
$$Z_X = \frac{D \times 3D \times 3D}{6} = \frac{3D^3}{2}$$

⇒　X 軸の曲げモーメントによる垂直応力度は

$$\sigma_{MX} = \frac{3PD}{2} \times \frac{2}{3D^3} = \frac{P}{D^2}$$

⇒　Y 軸における曲げモーメントは（距離は辺の半分！）

$$M_Y = P \times \frac{D}{2}$$



⇒　Y 軸の断面係数は

$$Z_Y = \frac{3D \times D \times D}{6} = \frac{D^3}{2}$$

⇒　Y 軸の曲げモーメントによる垂直応力度は

$$\sigma_{MY} = \frac{PD}{2} \times \frac{2}{D^3} = \frac{P}{D^2}$$

3）両者を合算（符号に留意）

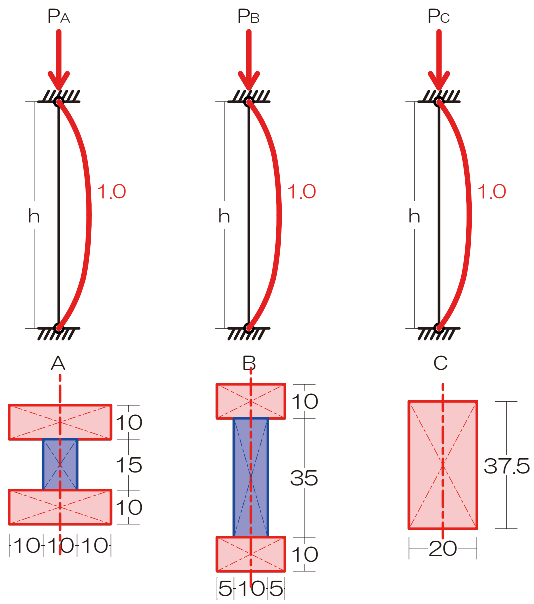
⇒　C 点の垂直応力度

$$\sigma_C = \frac{P}{3D^2} + \frac{P}{D^2} + \frac{P}{D^2} = \frac{7P}{3D^2}$$

⇒　E 点の垂直応力度

$$\sigma_E = +\frac{P}{3D^2} - \frac{P}{D^2} - \frac{P}{D^2} = -\frac{5P}{3D^2}$$

【過去問 5】



※ 座屈長さがすべて等しいことからも断面二次モーメントの勝負になりますね

⇒ 断面二次モーメントを求める

$$I_A = \frac{10\times30\times30\times30}{12}\times2+\frac{15\times10\times10\times10}{12}=46{,}250$$

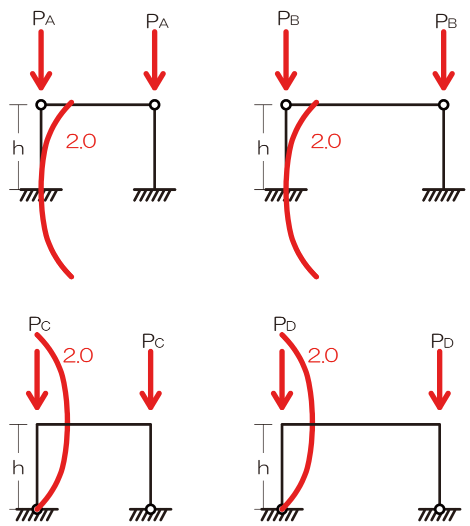
$$I_B = \frac{10\times20\times20\times20}{12}\times2+\frac{35\times10\times10\times10}{12}=16{,}250$$

$$I_C = \frac{37.5\times20\times20\times20}{12}=25{,}000$$

⇒ ゆえに $I_A > I_C > I_B$ より $P_A > P_C > P_B$

（弾性座屈荷重は断面二次モーメントに比例しますよ）

【過去問 6】

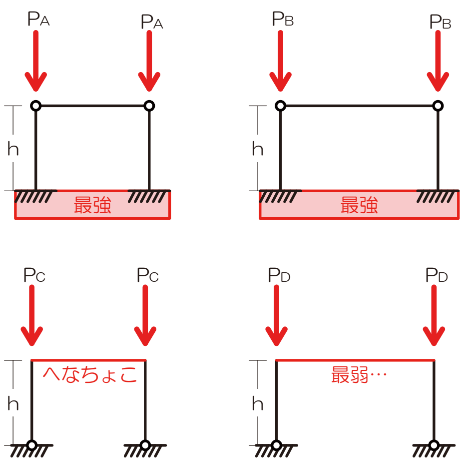


※ この問題は面白い（？）ですね

※ 座屈長さが等しく等質等断面なので、理論値上の弾性座屈荷重はすべて同じです

※ しかし！座屈の発生状況を予測する場合には、実は柱に付随する（剛接合している）部材の「強さ」の把握も必要です

※ 弾性座屈荷重の値が同じでも、「強い」部材に接合してれば、座屈は生じにくくなります

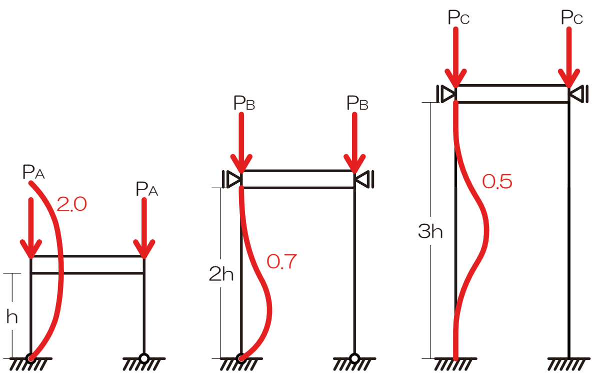


※ 各柱が「剛接合」している部材等の強さを確認すると、左の図のようになります

※ ＡとＢは最強の剛体と想定する地球（地盤）に剛接合しています

※ ゆえに、最も弱い部材と接合しているＤがの弾性座屈荷重が最も小さく、次いでＣ、さらにＡとＢは等しいとなります

【過去問 7】



1）上端の移動をチェック

2）支点の形状をチェック

3）上記２点より座屈の状況を図示

⇒　左図

4）座屈の状況より座屈長さを算定

⇒　A の座屈長さを求める

$l_{kA} = 2.0 \times h = 2h$

⇒　B の座屈長さを求める

$l_{kB} = 0.7 \times 2h = 1.4h$

⇒　C の座屈長さを求める

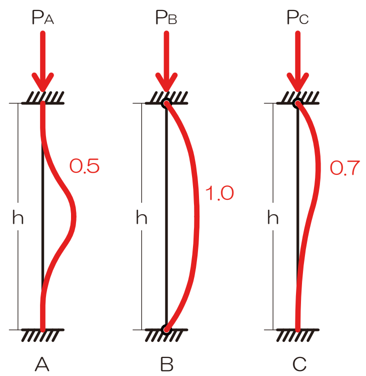
$l_{kC} = 0.5 \times 3h = 1.5h$

5）弾性座屈荷重の大小を比較

⇒　座屈長さが小さいほうが弾性座屈荷重は大きくなりますよ

$P_B > P_C > P_A$

【過去問 8】



1）上端の移動をチェック

2）支点の形状をチェック

3）上記２点より座屈の状況を図示

⇒　左図

4）座屈の状況より座屈長さを算定

⇒　A の座屈長さを求める

$l_{kA} = 0.5 \times h = 0.5h$

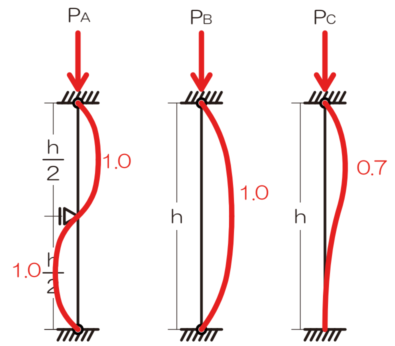
⇒　B の座屈長さを求める

$l_{kB} = 1.0 \times h = 1.0h$

⇒　C の座屈長さを求める

$l_{kC} = 0.7 \times h = 0.7h$

【過去問 9】



1）上端の移動をチェック

2）支点の形状をチェック

3）上記２点より座屈の状況を図示

⇒　右図（途中に支点がある場合に留意）

4）座屈の状況より座屈長さを算定

⇒　Ａの座屈長さを求める（複数の部材で構成される柱の座屈長さは、部材の中で最も小さな値となります）

$l_{kA} = 1.0 \times 0.5h = 0.5h$

⇒　Ｂの座屈長さを求める

$l_{kB} = 1.0 \times h = 1.0h$

⇒　Ｃの座屈長さを求める

$l_{kC} = 0.7 \times h = 0.7h$

5）弾性座屈荷重の大小を比較

⇒　Ａの弾性座屈荷重を求める

$$N_{kA} = \frac{\pi^2 EI}{(0.5h)^2} = 4\frac{\pi^2 EI}{h^2}$$

⇒　Ｂの弾性座屈荷重を求める

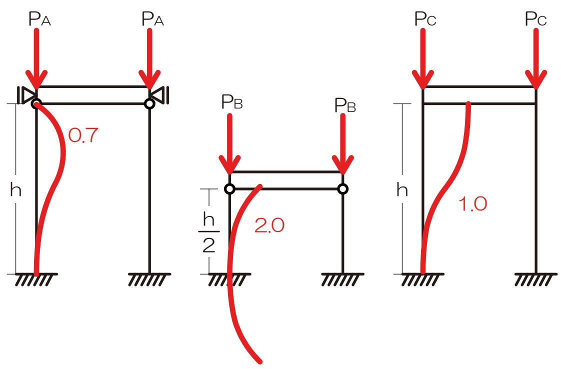
$$N_{kB} = \frac{\pi^2 E2I}{(h)^2} = 2\frac{\pi^2 EI}{h^2}$$

⇒　Ｃの弾性座屈荷重を求める

$$N_{kC} = \frac{\pi^2 E3I}{(0.7h)^2} = \frac{3}{0.49}\frac{\pi^2 EI}{h^2} = \frac{3}{0.5}\frac{\pi^2 EI}{h^2} = 6\frac{\pi^2 EI}{h^2}$$

ゆえに $P_B < P_A < P_C$

【過去問 10】



1）上端の移動をチェック

2）支点の形状をチェック

3）上記２点より座屈の状況を図示

⇒　左図

4）座屈の状況より座屈長さを算定

⇒　Ａの座屈長さを求める

$l_{kA} = 0.7 \times h = 0.7h$

⇒　Ｂの座屈長さを求める

$l_{kB} = 2.0 \times 0.5h = 1.0h$

⇒　Ｃの座屈長さを求める

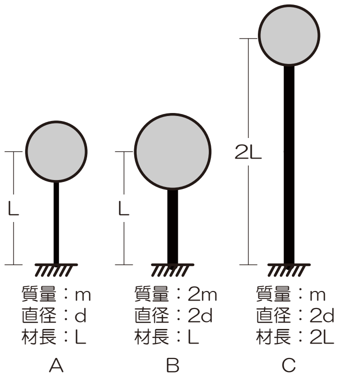
$l_{kC} = 1.0 \times h = 1.7h$

5）弾性座屈荷重の大小を比較

⇒　座屈長さが小さいほうが弾性座屈荷重は大きくなりますよ

$P_A = P_B > P_C$

【過去問 11】



※　この問題は剛性（棒のバネ定数）を求める必要がありますね

※　さらに…円の断面二次モーメントまで必要…

⇒　モデル A のバネ定数　$K_A = \dfrac{3E \times \dfrac{\pi d^4}{64}}{L^3} = 1$　共通の係数は消す

⇒　モデル B のバネ定数　$K_B = \dfrac{3E \times \dfrac{\pi (2d)^4}{64}}{L^3} = \dfrac{3E \times \dfrac{16\pi d^4}{64}}{L^3} = 16$

⇒　モデル C のバネ定数　$K_C = \dfrac{3E \times \dfrac{\pi (2d)^4}{64}}{(2L)^3} = \dfrac{3E \times \dfrac{16\pi d^4}{64}}{8L^3} = \dfrac{16}{8} = 2$

1）剛性および質量より固有周期を求める

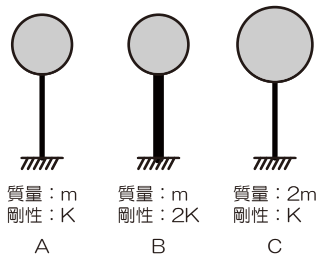
⇒　モデル A の固有周期　$T_A = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{1}}$

⇒　モデル B の固有周期　$T_B = 2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{16}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{8}}$

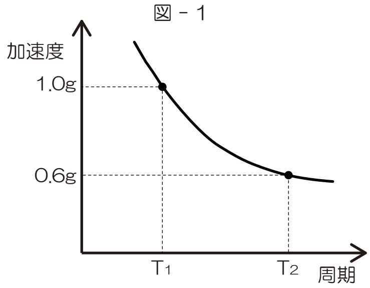
⇒　モデル C の固有周期　$T_C = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2}}$

ゆえに $T_A > T_C > T_B$

【過去問 12】



図－1



図－2

1）剛性および質量より固有周期を求める

⇒　モデル A の固有周期　$T_A = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$

⇒　モデル B の固有周期　$T_B = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2K}}$

⇒　モデル C の固有周期　$T_C = 2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{K}}$

2）固有周期の大小より応答加速度を選択する

⇒　$T_C > T_A > T_B$ より

$T_B = T_1 \Rightarrow 1.0g$
$T_C = T_3 \Rightarrow 0.6g$　（ただし、T_A は不明…）

3）応答加速度と質量より最大応答せん断力を求める

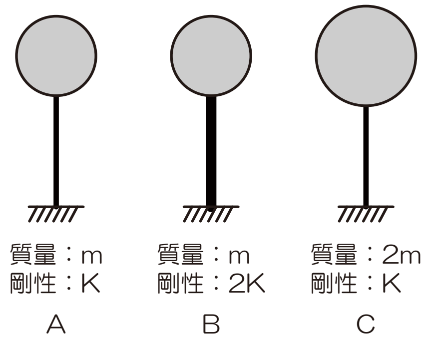
⇒　モデル B の最大せん断応力は $Q_B = m \times 1.0g = mg$

⇒　モデル C の最大せん断応力は $Q_C = 2m \times 0.6g = 1.2mg$

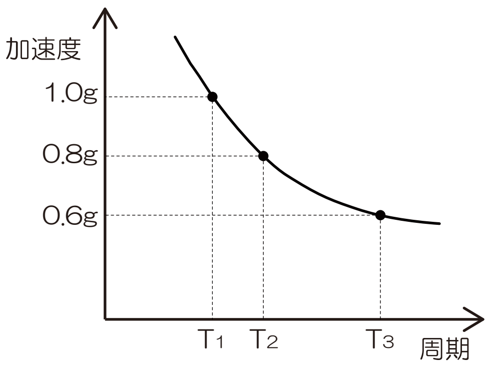
⇒　モデル A の最大せん断応力は、加速度最大値が 1.0g を超えることが無いことからも $Q_A < Q_B$

ゆえに $Q_A < Q_B < Q_C$

【過去問 13】図-1 のような頂部に集中質量 m または 2m を持ち剛性が K または 2K の棒 A、B、C における固有周期はそれぞれ T_A、T_B、T_C である。それぞれの棒の脚部に図-2 で示す加速度応答スペクトルをもつ地震動が入力されたとき、棒に生じる最大応答せん断力が Q_A、Q_B、Q_C となった。Q_A、Q_B、Q_C の大小関係を求めよ。ただし、T_A、T_B、T_C は図-2 の T_1、T_2、T_3 のいずれかに対応し、応答は水平方向であり弾性範囲とする。【H13】



図－1



図－2

1）剛性および質量より固有周期を求める

⇒ モデル A の固有周期 $T_A = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$

⇒ モデル B の固有周期 $T_B = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2K}}$

⇒ モデル C の固有周期 $T_C = 2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{K}}$

2）固有周期の大小より応答加速度を選択する

⇒ $T_C > T_A > T_B$ より

$T_A = T_2 \Rightarrow 0.8g$
$T_B = T_1 \Rightarrow 1.0g$
$T_C = T_3 \Rightarrow 0.6g$

3）応答加速度と質量より最大応答せん断力を求める

⇒ モデル A の最大せん断応力は $Q_A = m \times 0.8g = 0.8mg$

⇒ モデル B の最大せん断応力は $Q_B = m \times 1.0g = mg$

⇒ モデル C の最大せん断応力は $Q_C = 2m \times 0.6g = 1.2mg$

ゆえに $T_C > T_A > T_B$