

【本日の目標 3】

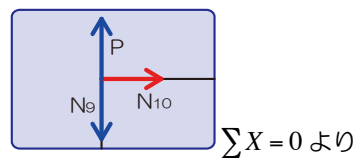
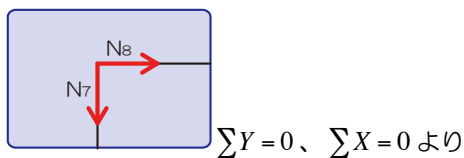
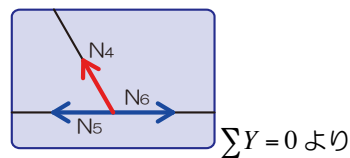
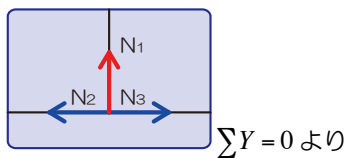
- (1) トラス ← トラス部材の「応力」を求めることができる
- ・平成 10、11、12、13、14、17、18、19、20、23、24、25 年：トラス部材の応力を求めよ
 - ・平成 16、21 年：トラス部材の変形（ひずみ）を求めよ
 - ・平成 22：トラスの応力度
- (2) 合成ラーメン ← 合成ラーメンにおける任意の部材の「応力」を求めることができる
- ・平成 10、15、23、24 年：部材に生じる応力・張力を求めよ
 - ・平成 25 年：正しいせん断力図を示せ
 - ・平成 20 年：部材に生じる応力を求めよ（未だ解けません…）
- (3) たわみの公式 ← 「たわみの公式」を暗記し、簡単なたわみの問題を解くことができる
- ・平成 11、23 年：最大たわみが等しい場合の荷重の比を求めよ（公式直接代入型）
 - ・平成 17、21、25 年：部材のたわみの比を求めよ（公式直接代入型）
 - ・平成 13、14、18 年：部材先端の変位（たわみ）を求めよ（たわみと傾き合成型）
 - ・平成 22 年：部材先端部分のたわみ角を求めよ（公式変形型）
 - ・平成 16 年：たわみ・たわみ角が等しくなる場合の荷重条件を求めよ（公式直接代入型改）

1.2.4 静定トラス

(A) トラス応力についての原則

■ ゼロメンバー

- 節点法の解法より、応力が生じない部材を一撃で選別することが可能です



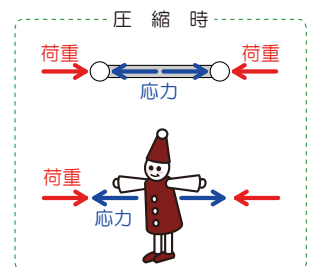
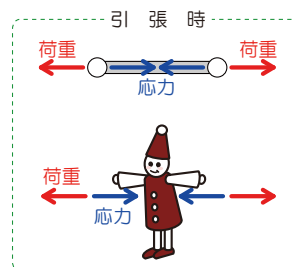
(B) トラス応力を求めるときの仮定

■ トラスに生じる応力

- 曲げモーメントが生じない場合にはせん断力も生じない ⇒ 軸方向力のみ
- 「トラスの応力を求めよ」＝軸方向力を求めなさいって意味です

■ 荷重と応力の向き

- 引張られた際には応力は「内側」を向き、潰された（圧縮された）際には「外側」を向きます



(C) トラスの解法

■ 切断法

- 建築士試験において最も一般的な解法
- 前回学んだ応力の求め方（【応力】は【切断】し、いずれかを【選択】する）とほぼ同じ

■ 節点法

- 任意の節点（もしくは支点）に着目し、その点に作用する力（荷重・反力・応力）のつり合い式を用いて未知力を求める
- ただし、使えるつり合い式は、縦の力の合計が0もしくは横の力の合計が0の2つのみであるので選択した節点への力のうち未知のものが3つ以上あると使えない

■ 図解法

- 節点法と同様に任意の節点（もしくは支点）に着目し、その点に作用する力（荷重・反力・応力）のつり合いを図に示しながら未知力を求める方法、正確な作図が要求されるので、建築士試験では採用する人はほぼいない（ハズ…）

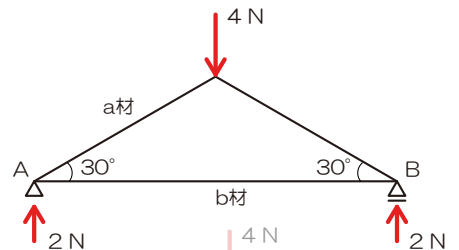
● 節点法で部材に生ずる力（応力）を求める

■ 節点法とは

- 任意の支点・節点を【えぐり取って】、その点のみに作用する力のつり合いより未知の応力を求める解法
- 【えぐり取った】際には、くっ付いている部材分だけ【生じる可能性のある応力を図示】
- 部材の少ない支点・節点から計算を始めないと解けないので注意！

■ 節点法の解法

1) 生じる可能性のある反力を図示



2) 任意の支点・節点をえぐり取る

3) 生じる可能性のある応力を仮定

⇒ 必ず支点・節点からベクトル表記



4) 荷重・反力と仮定した応力のつり合い条件より。未知の応力を算定

⇒ 使えるつり合い式は $\sum X = 0$ 、 $\sum Y = 0$ のみ

斜めの荷重をたて・横に分力しておきます

$$N_{aY} = N_a \times \frac{1}{2}$$

$$N_{aX} = N_a \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

縦方向の力の釣り合いより

$$\sum Y = +2 + N_{aY} = 0$$

$$+2 + \frac{N_a}{2} = 0$$

$$N_a = -4[N]$$

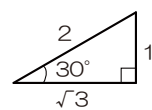
横方向の力のつり合いより

$$\sum X = +N_{aX} + N_b = 0$$

$$N_a \times \frac{\sqrt{3}}{2} + N_b = 0$$

$$-4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + N_b = 0$$

$$N_b = 2\sqrt{3}[N]$$

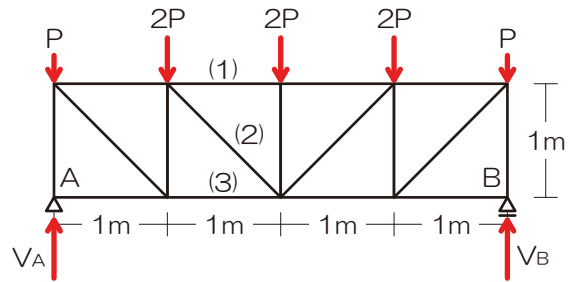


● 切断法で部材に生ずる力（応力）を求める

■ 切断法の解法

1) 反力を図示

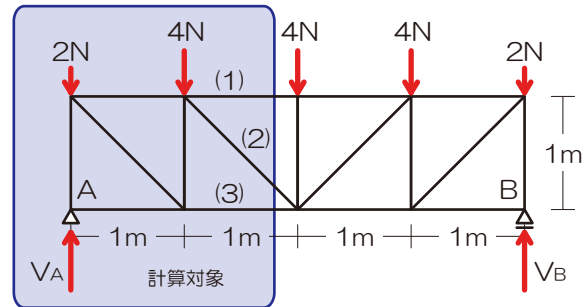
(いかなる問題でも鉄則)



2) 【切断】面を決定 ⇒ 計算対象側を【選択】

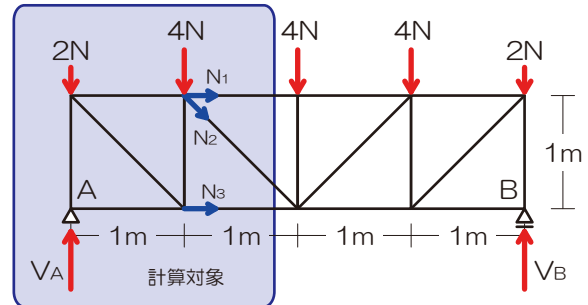
※ 求める必要のある部材を含む 3 本で切断

(2 本で切断しても求められますが旨みは少ないですよ)



3) 切断された部材内の応力を仮定

※ 必ず計算対象側の支点・節点からベクトル表記



4) 力のつり合いにて未知力を算定

※ ターゲット以外の未知力が交差？並行？

N_1 を求める

$$M_C = +8 \times 2 - 2 \times 2 - 4 \times 1 + N_1 \times 1 = 0$$

$$N_1 = -8[N]$$

N_2 を求める

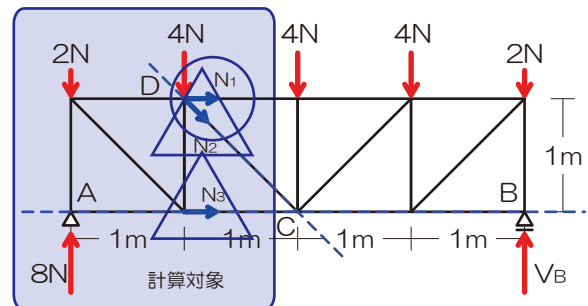
$$\sum Y = +8 - 2 - 4 - N_{2Y} = 0$$

$$N_{2Y} = 2[N]$$

また N_{2Y} は

$$N_{2Y} = N_2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{ゆえに} \quad N_2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 2$$

$$N_2 = 2\sqrt{2}$$



N_3 を求める

$$\sum X = N_1 + N_{2X} + N_3 = 0$$

$$-8 + 2 + N_3 = 0$$

$$N_3 = 6$$

もしくは

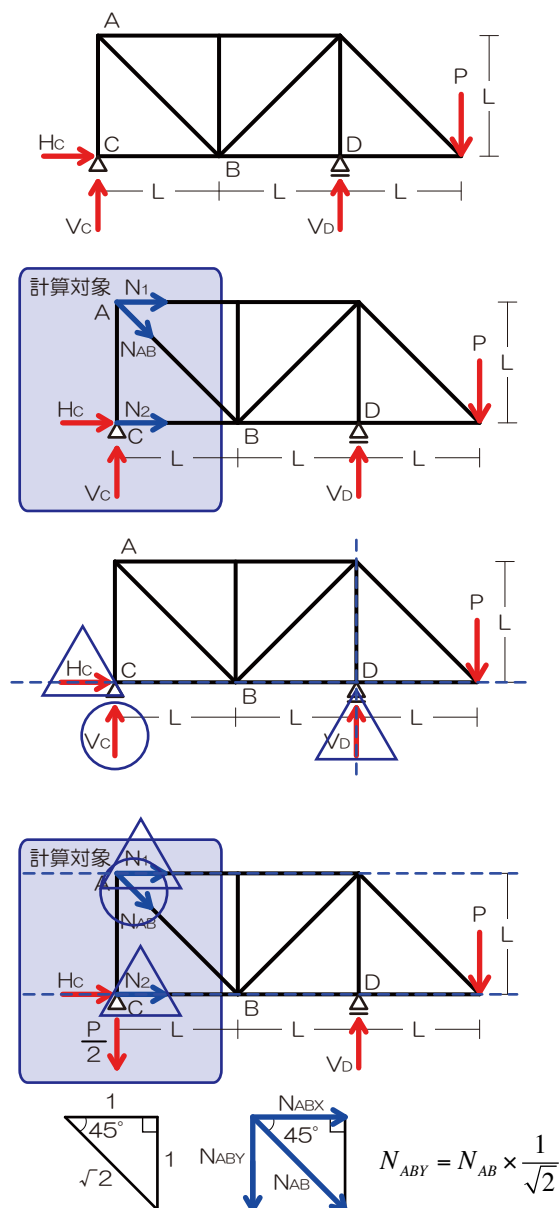
$$M_D = +8 \times 1 - 2 \times 1 - N_3 \times 1 = 0$$

$$N_3 = 6[N]$$



『解法 11』 トラスの応力

図のようなトラスに荷重 P が作用したときの部材 AB に生じる軸方向力を求めよ。ただし、軸方向力は引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。【H25】



『解法 11』 トラスの応力

- 1) 反力を図示 ⇒ 左図
- 2) 【切断】面を決定 ⇒ 計算対象側を【選択】
⇒ 左とする
- 3) 切断された部材内の応力を仮定
⇒ 図 N_{AB} 、 N_1 、 N_2

⇒ 反力があるので反力算定

$$M_D = +V_C \times 2L + P \times L = 0$$

$$V_C = -\frac{P}{2}$$

- 4) 力のつり合いにて未知力を算定
- ⇒ N_{AB} を求める (縦の力のつり合いに着目)

$$\sum Y = -\frac{P}{2} - N_{AB} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

$$N_{AB} = -\frac{\sqrt{2}P}{2}$$

$$N_{AB} = -\sqrt{2}P/2 \text{ [kN]}$$

[ポイント]

- ✓ トラスの解法は切断法がオススメ
- ✓ 部材3本で切断（2本でも良いけど…）、切断された部材に取り残された応力を図示しましょう

【【CAUTION】】 トラス部材の変形（ひずみ）平成 16/21 年

- ✓ 部材に生じる軸方向力とヤング係数等よりひずみ（伸び/縮み）を求める（解説は次ページ）

【【CAUTION】】 トラスと応力度 平成 22 年

- ✓ 崩壊を謳っていますが、実はただの応力度の問題です（詳しくは演習問題解説）

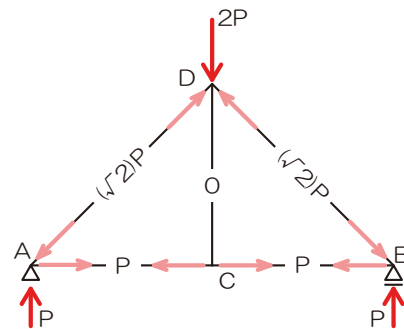
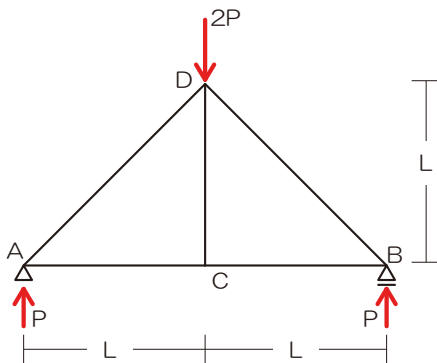


【オプション】仮想仕事の原理によるトラス構造の変形の算定（平成 16、21 年）

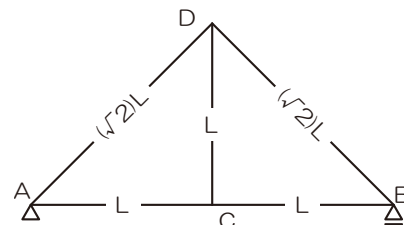
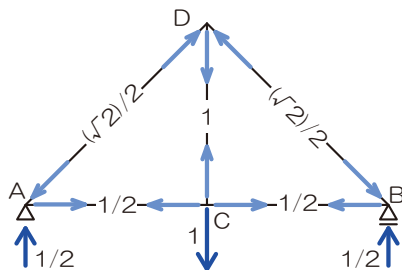
複数の部材で構成される構造物における荷重時に生じる変位を求める際には、各々の部材の変化量のみならず、部材の位置や角度に応じた増減を加味して変化量を検討する必要があります…。したがって、本来求める変化量は、前述の各部材の変化量（ Δl ）に部材ごとの係数（ $\bar{N}$ ）を乗じて求めることになります※¹。なお、変化量の係数は変位を求める点に、変位を求める方向に荷重 1 をかけた際の各部材の軸方向力に相当します。最終的には、すべての部材の変化量を合算し※²、全体の変位とし、同解法は【仮想仕事の原理】と呼ばれています。以下の例題で実際に計算を行なってみよう。

$$\text{部材ごとの変化量}^{\ast 1} \Delta l = \frac{Nl}{AE} \times \bar{N} \quad \text{すべての変化量}^{\ast 2} \delta = \sum \Delta l = \sum \frac{Nl}{AE} \times \bar{N}$$

D 点に荷重 2P がかった場合の C 点の鉛直方向の変位を求めよ。なお、各部材の断面積は A、ヤング係数は E とする。



2) C 点に鉛直方向の荷重 1 のみを加えて、各部材の係数 $\bar{N}$ を求めよ。 3) 各部材の材長 l も併せて示す



各部材の変化量を求め、合算し、全体の変位を求める

部材	N	$\bar{N}$	l	A	E	Δl
AC 材	P	1/2	L	A	E	$PL/(2AE)$
AD 材	$(\sqrt{2})P$	$(\sqrt{2})/2$	$(\sqrt{2})L$	A	E	$(\sqrt{2})PL/(AE)$
DC 材	0	1	L	A	E	0
BD 材	$(\sqrt{2})P$	$(\sqrt{2})/2$	$(\sqrt{2})L$	A	E	$(\sqrt{2})PL/(AE)$
BC 材	P	1/2	L	A	E	$PL/(2AE)$
Σ						$(1+2\sqrt{2})PL/(AE)$

平成 16、21 年の問題はともに横架材の $\bar{N}$ が 1 のみとなる場合だったために、余計な計算が無かったのです…。これまでに対象となる部材のが 1 以外となる問題は出題されていませんが、今後はどうなるのでしょうか…？



1.2.☆ 合成ラーメン

(A) 合成ラーメンとは

■ 合成ラーメンとは

- 剛節点、ピン節点が入り混じる非常に厄介な構造物、出題者との知恵比べです…

(B) 合成ラーメンの解法

☆1 ピン節点に着目し求める

- ピン節点には曲げモーメントが生ない ⇒ その点で構造物を切断し曲げモーメントが0を用いて解を進めましょう

☆2 両端ピンの部材に着目

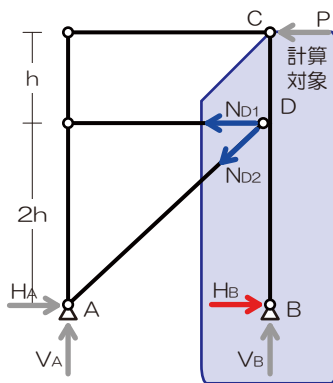
- 両端ピンの部材に生じる応力は軸方向力のみ ⇒ 取り残される応力を仮定して（トラスのように）情報を追加

☆3 応力図をヒントに求める

- 応力図より応力を読み取る ⇒ クルクルドンの知識を用いて未知の力を求めましょう

『解法 12』 合成ラーメン

図-1 のような構造物に水平荷重 P が作用したときのせん断力図として正しいものは、次のうちどれか。ただし、せん断力の符号は図-2 に示した向きを「+」とする。【H25】



『解法 12』 合成ラーメン

☆1 ピン節点に着目 ⇒ C 節点に着目

☆2 両端ピンの部材 ⇒ D 点に接合する部材の応力図示
⇒ C 点の曲げモーメントを求める（ただし、節点 D に接合する 2 つの部材の軸方向力の水平成分を併せて N_D とする）

$$M_D = -H_B \times 3h + N_D \times h = 0$$

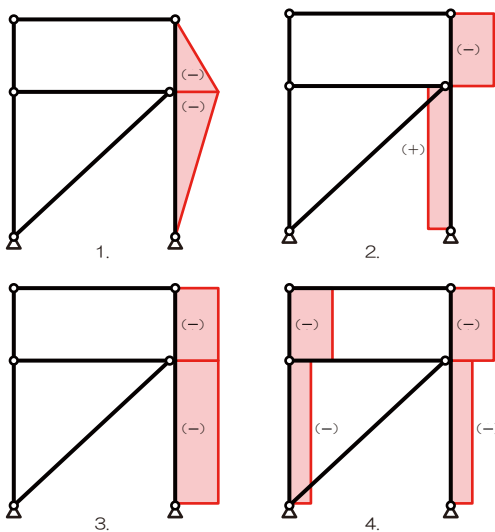
$$3H_B = N_D$$

$$H_B : N_D = 1 : 3$$

⇒ 仮定の通り、 H_B と N_D は逆向きの力で、その比は 1:3

☆3 応力図

⇒ 「 H_B と N_D は逆向きの力で、その比は 1:3」となる応力図は 2.



【ポイント】

- ✓ 合成ラーメンの問題は最難関…
- ✓ 「ピン節点」「両端ピン部材」「応力図」の情報を頼りに、無理やり答えを導きましょう



1.2.5 不静定構造物と変形

(A) はりの変形

■ 部材の変形

➤ 部材のたわみ・たわみ角 ⇒ たわみとは：構造材に荷重がかかった際に生じるわん曲（たわみとたわみ角がある）

□ たわみ： $\delta_{\max} = \alpha \frac{Pl^3}{EI}$ （集中荷重）、 $\delta_{\max} = \alpha \frac{wl^4}{EI}$ （分布荷重）

□ たわみ角： $\theta_A = \beta \frac{Pl^2}{EI}$ （集中荷重）、 $\theta_A = \beta \frac{wl^3}{EI}$ （分布荷重）

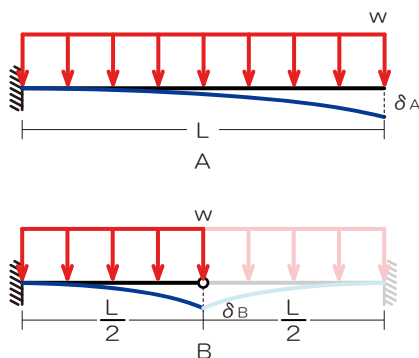
■ たわみ量を求める問題

➤ 公式直接代入・公式変形型：平成 11、15、16、17、21、22、23、25

➤ たわみと傾き合成型：平成 13、14、18

『解法 13-1』 たわみ（公式直接代入・公式変形型）

図のような梁 A および B に等分布荷重 w が作用したときの曲げによる最大たわみ δ_A と δ_B の比を求めよ。ただし、梁 A および B は等質等断面の弾性部材とする。【H25】



『解法 13-1』 たわみ（公式直接代入・公式変形型）

1) 公式に代入

⇒ 梁 A の先端部分のたわみ（公式）

$$\delta_A = \frac{wL^4}{8EI}$$

⇒ 梁 B の中央部分のたわみ（左図のように分解）

$$\delta_B = \frac{w\left(\frac{L}{2}\right)^4}{8EI} = \frac{wL^4}{16 \times 8EI}$$

ゆえに

$$\delta_A : \delta_B = 16 : 1$$

$$\delta_A : \delta_B = 16 : 1$$

[ポイント]

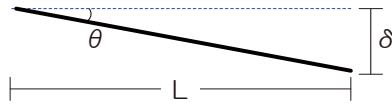
- ✓ 公式必須！
- ✓ 基本形から外れる場合は、基本形が採用できる形に分解



■ たわみと傾き合成型

➤ 部材の傾きによってもたわみは生じます

□ $\delta = L \times \theta$



『解法 13-2』 たわみ（たわみと傾き合成型）

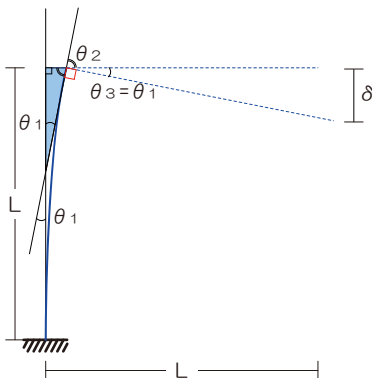
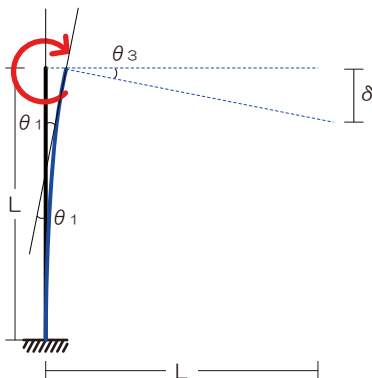
図のような荷重Pを受けるラーメンにおいて、荷重Pによって生じる材端の鉛直方向の変位を求めよ。ただし、梁は剛体とし、柱のヤング係数をE、断面2次モーメントをIとし、部材の軸方向の変形は無視するものとする。【H18】

『解法 13-2』 たわみ（たわみと傾き合成型）

1) 変形の様子を正確に図示

⇒ 柱頂部のモーメントにより柱が変形、その変形（傾き）により梁の先端部分が下に変形（たわみ）

⇒ また、梁の傾きは柱のたわみ角に等しい（左下図）



2) たわみ・たわみ角を求める

$$\theta = \frac{ML}{EI}$$

$$\theta = \frac{PL^2}{EI}$$

3) たわみを求める

$$\delta = L \times \theta$$

$$\delta = L \times \frac{PL^2}{EI}$$

$$\delta = \frac{PL^3}{EI}$$

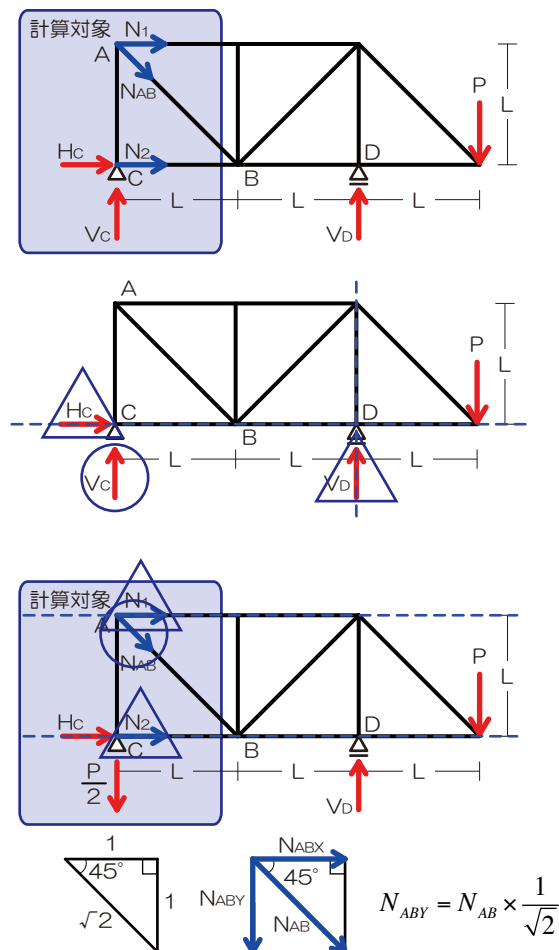
$$PL^3 / (EI)$$

【ポイント】

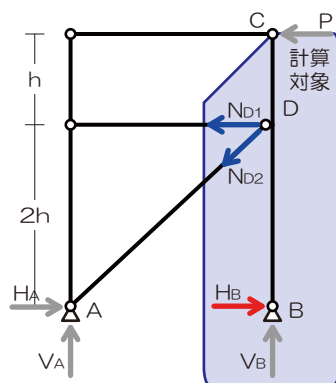
- ✓ 図は正確に…
- ✓ 傾きから変形（たわみ）を求めることも可能です（ただし、公式が採用できるのは微小角の場合のみね）



『解法 12』 合成ラーメン



『解法 12』 合成ラーメン



- 1) 反力を図示
- 2) 【切断】面を決定 ⇒ 計算対象側を【選択】
⇒ すべて左とする
- 3) 切断された部材内の応力を仮定
⇒ ☒ N_{AB} 、 N_1 、 N_2

⇒ 反力があるので反力算定

$$M_D = +V_C \times 2L + P \times L = 0$$

$$V_C = -\frac{P}{2}$$

4) 力のつり合いにて未知力を算定

⇒ N_{AB} を求める (縦の力のつり合いに着目)

$$\sum Y = -\frac{P}{2} - N_{AB} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

$$N_{AB} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

⇒ C 点の曲げモーメントを求める（ただし、節点 D に接合する 2 つの部材の軸方向力の水平成分を併せて N_D とする）

$$M_D = -H_B \times 3h + N_D \times h = 0$$

$$3H_B = N_D$$

$$H_B : N_D = 1 : 3$$

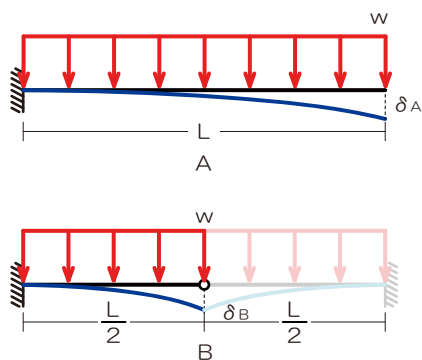
⇒ 仮定の通り、 H_B と N_D は逆向きの力で、その比は 1:3

☆3 応力図

⇒ 「 H_B と N_D は逆向きの力で、その比は 1:3」となる応力
図は 2.



『解法 13-1』 たわみ（公式直接代入・公式変形型）



『解法 13-1』 たわみ（公式直接代入・公式変形型）

2) 公式に代入

⇒ 梁 A の先端部分のたわみ（公式）

$$\delta_A = \frac{wL^4}{8EI}$$

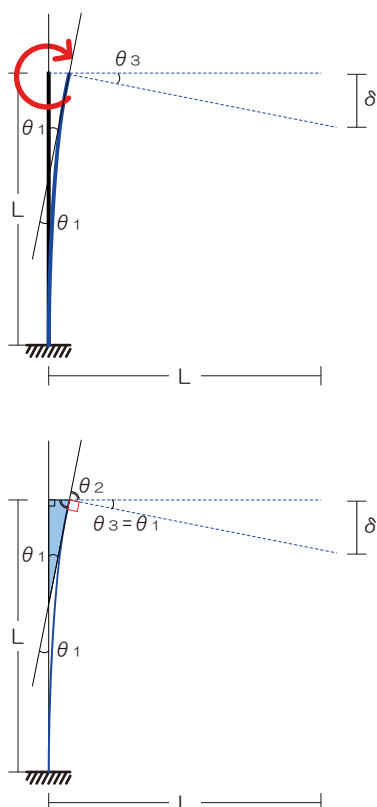
⇒ 梁 B の中央部分のたわみ（左図のように分解）

$$\delta_B = \frac{w \left(\frac{L}{2} \right)^4}{8EI} = \frac{wL^4}{16 \times 8EI}$$

ゆえに

$$\delta_A : \delta_B = 16 : 1$$

『解法 13-2』 たわみ（たわみと傾き合成型）



『解法 13-2』 たわみ（たわみと傾き合成型）

4) 変形の様子を正確に図示

⇒ 柱頂部のモーメントにより柱が変形、その変形（傾き）により梁の先端部分が下に変形（たわみ）

⇒ また、梁の傾きは柱のたわみ角に等しい（左下図）

5) たわみ・たわみ角を求める

$$\theta = \frac{ML}{EI}$$

$$\theta = \frac{PL^2}{EI}$$

6) たわみを求める

$$\delta = L \times \theta$$

$$\delta = L \times \frac{PL^2}{EI}$$

$$\delta = \frac{PL^3}{EI}$$

$$PL^3 / (EI)$$

