【本日の目標 4】

（1） 不静定構造物の反力 ← 不静定構造物の「反力」を求めることができる

・平成 19 年：不静定構造物の反力を求めよ

・平成 15 年：問題の一部に反力算定の必要あり

（2） 水平荷重の分配 ← 水平荷重を分配し、「各柱のせん断力」を求めることができる

・平成 12、15、16、23、26 年：水平荷重がかかっている場合の各柱のせん断力を求めよ

・平成 20：解答時に水平荷重分配の知識が必要

（3） 不静定ラーメンの応力 ← 部材の各種応力を求めることができる

・平成 12、16、23（一部）、26（一部）年：部材に生じる応力を求めよ

・平成 20：解答時に不静定ラーメンの応力の知識が必要

（4） 層間変形 ← 「層間変形」を求めることができる

・平成 11、13、21 年：各層の層間変形を求めよ

（5） 全塑性モーメント ← 任意の断面の「全塑性モーメント」を求めることができる

・平成 11、13、22、24、25 年：全塑性状態の荷重を求めよ

・平成 21、23 年：全塑性の比、降伏開始曲げモーメントの比を求めよ

（6） 崩壊荷重 ← 崩壊荷重を求めることができる

・平成 12、14、18、20、23、25、26（一部）年：崩壊荷重を求めよ

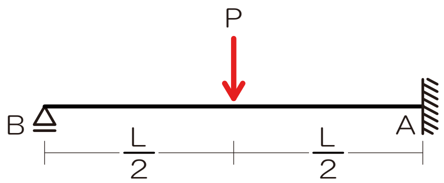
（B） 不静定ばり

■ 不静定構造物の反力計算

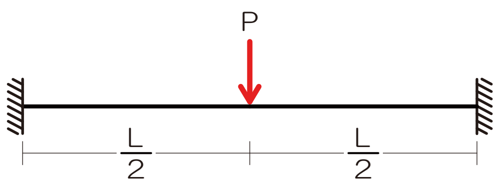
- 反力の数が多い…力のつり合いのみでは反力算定ができません ⇒「変形」の知識を用いてアタックしてみましょう
- 反力の 1 つを荷重とみなし、無理やり反力の数を減らす
- 反力数が減ると支点のランクが 1 つ下がります

■ 用いるたわみ/たわみ角の知識とは

- 支点の位置ってたわまないよね？ ⇒ 元々の荷重や荷重とみなした反力によるたわみの計は 0

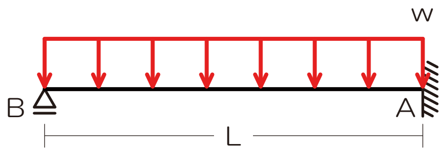


- 固定支点って傾かないよね？ ⇒ 元々の荷重や荷重とみなした反力によるたわみ角の計は 0



『解法 14』不静定物の反力

図のような等質等断面の片持梁に全長にわたって等分布荷重 w が作用している場合、A 点の鉛直反力を求めよ。ただし、梁の自重は無視するものとする。なお、長さ L で全長にわたって曲げ剛性 EI が一定である片持梁における先端のたわみは、先端に集中荷重 P が作用している場合は、$PL^3/(3EI)$、全長にわたって等分布荷重wが作用している場合は $wL^4/(8EI)$ である。【H19】



『解法 14』不静定物の反力

1） 反力を図示

2） 荷重の 1 つを反力とみなす

3） 元々の荷重と荷重とみなされた反力による変形をもとに未知の力を求める

5wL/8

［ポイント］

✓ 反力のうちの 1 つを荷重とみなしましょう

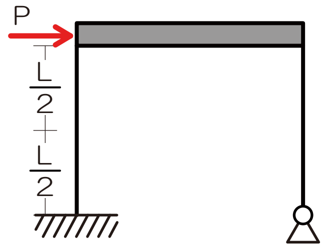
✓ 元支点のたわみやたわみ角に着目し式を 1 つ追加し、未知力を求めましょう

■ 水平荷重の分配

- 水平荷重は各柱へせん断力として分配されまが、その際の分配比は柱の剛比に比例します
- ではどのように剛比を導くのか？　⇒　柱の変形に着目しましょう

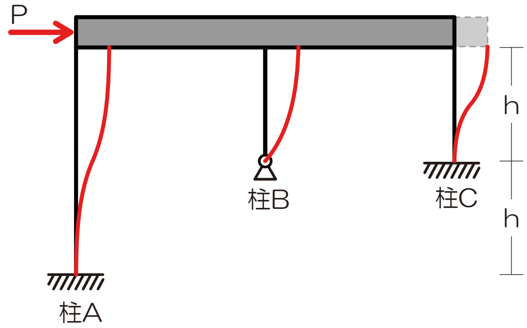
■ 水平荷重を受けた際の柱の変形

- 支点の種類によって異なる　⇒　座屈と同じ形！
- その変形を生じさせているのが…分配された荷



『解法 15』水平荷重分配

図のような水平荷重Ｐが作用する骨組みにおいて、柱Ａ、Ｂ、Ｃの水平力の分担比 $Q_A：Q_B：Q_C$ を求めよ。ただし、３本の柱は全て等質等断面の弾性部材とし、梁は剛体とする。【H26】



『解法 15』水平荷重分配

1） 各柱の頂部が水平方向に移動した際の各柱の変形を図示

2） 分配された荷重を仮定し、各柱の頂部の水平変位を算定

3） 頂部水平変位が等しいことより荷重の分配比を算定

$Q_A：Q_B：Q_C$=1：2：8

［ポイント］

✓ 柱の変形の様子をたわみに見立てて解答を進めましょう（その際の変形の様子は座屈と同じ）

【【CAUTION】】

✓ H20 の問題にて水平荷重分配の知識を用いるのですが…この問題はちょっと特殊（詳しくは演習問題 61 にて）

(C) 不静定ラーメン

■ 材端モーメントとせん断力の関係

➢ 材両端の曲げモーメントと材長がわかると、その部材のせん断力が分かります

□ $Q = -\dfrac{M_{AB} + M_{BA}}{l}$ Q…せん断力、M_{AB}, M_{BA}…材両端の曲げモーメント、l…材長

■ 荷重・反力と応力との関係

➢ 力の向きに着目し、各力の関係を導きましょう

➢ 横系:水平荷重・柱のせん断力、縦系:梁のせん断力・柱の軸方向力・鉛直反力

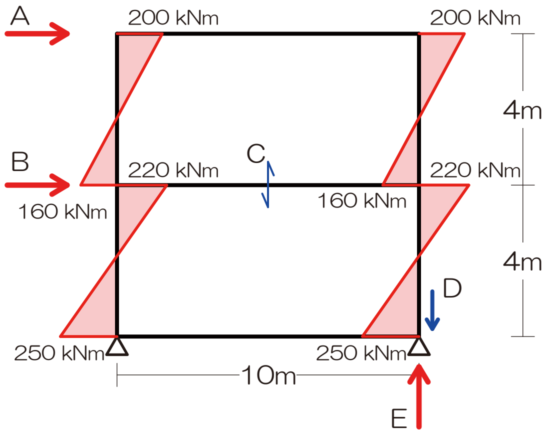
■ 柱の曲げモーメント図から各応力および水平荷重・鉛直反力を求める

➢ 横系:

➢ 縦系:

『解法 16』不静定の応力

図は、ある二層構造物の各階に水平荷重が作用したときのラーメンの応力の内、柱の曲げモーメントを示したものである。このとき、図中の A~E のそれぞれの値として、誤っているものは次のうちどれか。【H16】



『解法 16』不静定の応力

1) 柱の曲げモーメント ⇒ 柱のせん断力

2) 柱のせん断力 ⇒ 水平荷重

3) 柱の曲げ M ⇒ 梁の曲げ M

4) 梁の曲げモーメント ⇒ 梁のせん断力

5) 梁の Q ⇒ 柱の軸方向力、鉛直反力

1. 屋上の床レベルに作用する水平荷重 A は、180[kN]
2. 2 階の床レベルに作用する水平荷重 B は、235 [kN]
3. 梁のせん断力 C は、76[kN]
4. 柱の軸方向力 D は、116[kN]
5. 支点の反力 E は、166[kN]

2.

[ポイント]

✓ 順番に 1 つずつ…

■　不静定構造物の応力図

➢　本年度は「解法 10　応力図」に統合しました

1.2.7 構造設計@P68

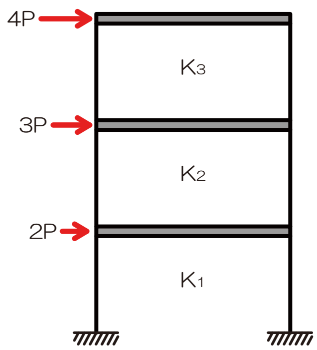
■　層間変形

➢　水平荷重を受けた時に生じる水平方向のずれ、フロア剛性により値が変化する

□　$\delta = \dfrac{P}{K}$　　δ…層間変形、P…荷重（対象とするフロア以上の階に作用する荷重の計！）、K…フロア剛性

『解法 18』層間変形

図のような水平力が作用する三層構造物において、各層の層間変位が等しくなるときの各層の水平剛性 K_1、K_2、K_3 の比を求めよ。ただし、梁は剛とし、柱の伸縮はないものとする。【H21】



『解法 18』層間変形

1）　各フロアに作用する水平力を確認

2）　公式に代入…

$K_1 : K_2 : K_3 = 9 : 7 : 4$

［ポイント］

✓　層間変形を求める際の水平力は、対象フロア以上に階にかかる荷重の計になりますよ

■ 全塑性モーメント

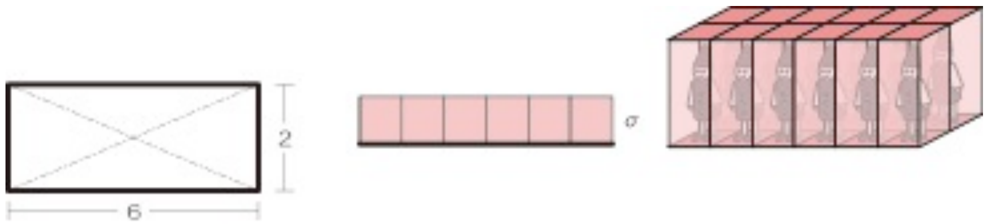
➢ 各種モーメントが作用した際の材料の状況

- 塑性：非常に大きな荷重がかかり部材の変形がもう元に戻れない状態
- 弾性：変形がまだ元に戻れる状態
- 荷重の大きさと部材の状態：（荷重小）弾性→塑性→崩壊（荷重大）
- 全塑性：荷重が大きくなるにつれ応力分布が変化、圧縮・引張の分布が矩形になった時
- 全塑性モーメント：部材内の応力度分布が全塑性状態にあるときのモーメント

■ 応力と応力度（再）「ブロック解法」

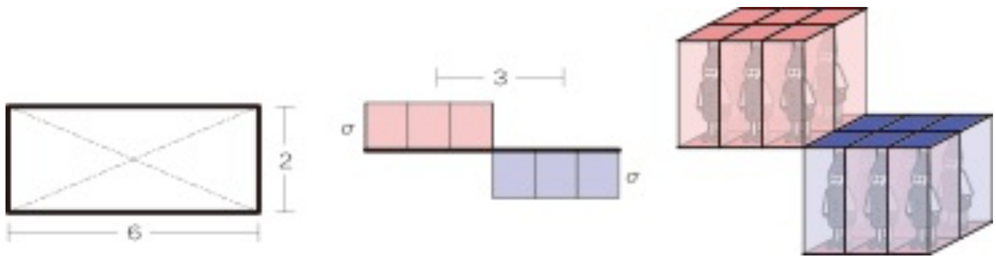
➢ 応力度とは　⇒　応力を断面積で割ったもの…ってことは、応力度に断面積をかけてあげれば応力になる？

➢ 軸方向力の場合



$$N = \delta \times (2 \times 6)$$

➢ 曲げモーメントの場合

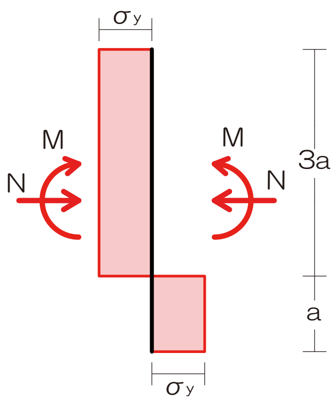


$$M = \delta \times (2 \times 3) \times 3$$

■ 曲げモーメントと軸方向力が同時に作用した場合

➢ 曲げモーメントと軸方向力を分けて検討する

➢ 曲げモーメントによるは必ず線対称な配置となる　⇒　残りが軸方向力



Ref. 全日本建築士会、
一級建築士受験講座
学科Ⅳ構造、地人書館

『解法 19』全塑性モーメント

図-1 のような等質な材からなる断面が、図-2 に示す垂直応力度分布となって全塑性状態に達している。このとき、断面の図心に作用する圧縮軸力 N と曲げモーメント M をそれぞれ求めよ。ただし、降伏応力度はσ_yとする。【H25】

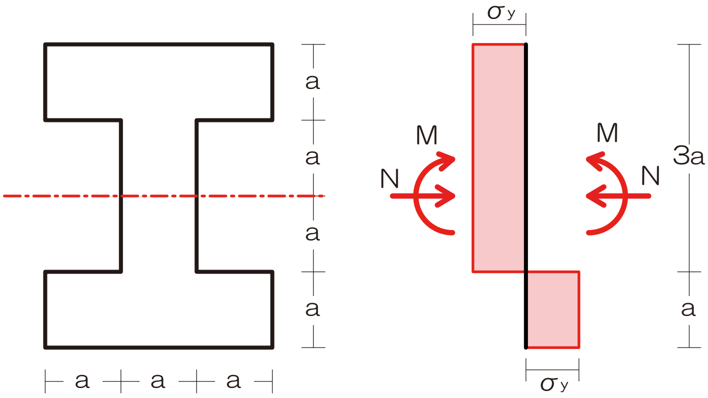


図 - 2

『解法 19』全塑性モーメント

1） 応力度分布図を「Nによる「Mによる」に分類

2） 軸方向力はブロック体積

3） 曲げモーメントは片側ブロックの体積×中心間距離

$N = 2a^2\sigma_y$、$Q= 9a^3\sigma_y$

［ポイント］

✓　ブロック「体積」がポイントです、立体的に考えましょう

■ 崩壊荷重

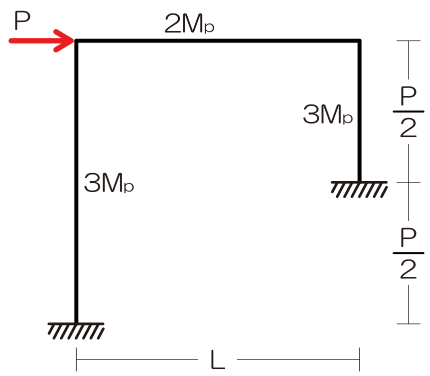
- 崩壊とは：非常に大きな荷重がかかり、塑性ヒンジが生じてしまうこと、断面が全塑性化した後に崩壊
- 崩壊荷重とは：構造物に崩壊が生じてしまう荷重、仮想仕事の原理を用いて求める

■ 仮想仕事の原理

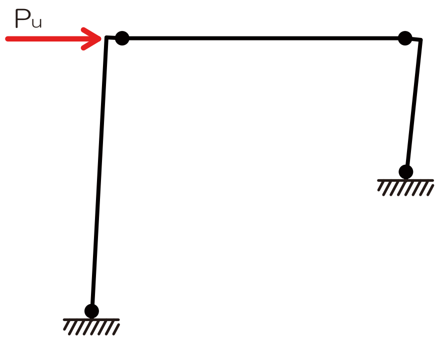
- 仮想仕事の原理：
- 外力による仕事：
- 内力による仕事：

『解法 20』崩壊荷重

図-1 のようなラーメンに作用する水平荷重 P を増大させたとき、そのラーメンは図-2 のような崩壊機構を示した。ラーメンの崩壊荷重 P_u を求めよ。ただし、柱・梁の全塑性モーメントはそれぞれ $3M_p$、$2M_p$ とする。【H25】



図－1



図－2

『解法 20』崩壊荷重

1） 崩壊の図（崩壊メカニズム）を確認

2） 外力による仕事を求める

3） 内力による仕事を求める

4） 両者のつり合いより崩壊荷重を求める

$15M_p/L$

［ポイント］

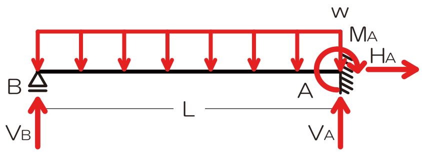
✓ 外力による仕事、内力による仕事ともに要計算の点のチェックをお忘れなく

【【CAUTION】】崩壊メカニズムを予想させる問題（H25、14、12）

✓ 崩壊メカニズムを予想させる問題には注意！図を正確に描きましょう

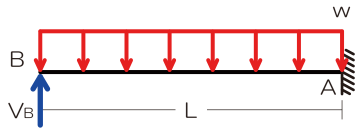
『解法 14』不静定物の反力

1） 反力を図示



2） 荷重の 1 つを反力とみなす

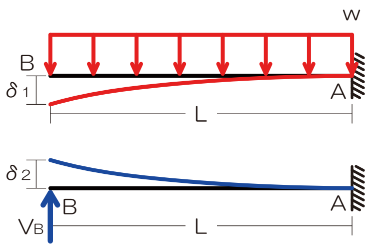
⇒ VB を荷重とみなす、ローラー支点は支点なしへランクダウン



3） 元々の荷重と荷重とみなされた反力による変形をもとに未知の力を求める

⇒ B 点は元々は支点であったので、たわみは生じない

⇒ 分布荷重 w によるたわみ（δ1）と元反力 V_B にるたわみ（δ1）の合計は 0



$$\delta_1 = \frac{wL^4}{8EI}、\quad \delta_2 = \frac{V_B L^3}{3EI}$$

$$\delta_1 = \delta_2$$

$$\frac{wL^4}{8EI} = \frac{V_B L^3}{3EI}$$

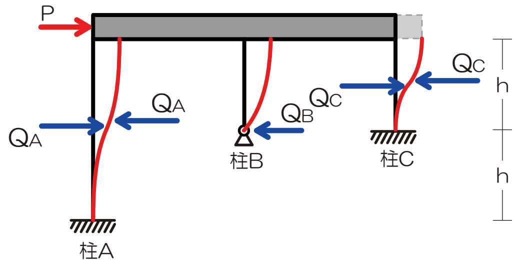
$$V_B = \frac{3wL}{8}$$

⇒ A 点の鉛直反力を求める（縦の力のつり合い）

$$\sum Y = V_A + V_B - wL = 0$$

$$V_A = \frac{5wL}{8}$$

『解法 15』水平荷重分配



『解法 15』水平荷重分配

1） 各柱の頂部が水平方向に移動した際の各柱の変形を図示（今回は問題に明記されています）

2） 分配された荷重を仮定し、各柱の頂部の水平変位を算定

$$\delta_A = \frac{Q_A \times h \times h \times h}{3EI} \times 2$$

$$\delta_B = \frac{Q_B \times h \times h \times h}{3EI}$$

$$\delta_C = \frac{Q_C \times h/2 \times h/2 \times h/2}{3EI} \times 2$$

3） 頂部水平変位が等しいことより荷重の分配比を算定

$$\frac{Q_A \times h \times h \times h}{3EI} \times 2 = \frac{Q_B \times h \times h \times h}{3EI} = \frac{Q_C \times h/2 \times h/2 \times h/2}{3EI} \times 2$$

$$2Q_A = Q_B = 1/4\, Q_C$$

ゆえに

$$\frac{Q_A \times h \times h \times h}{3EI} \times 2 = \frac{Q_B \times h \times h \times h}{3EI} = \frac{Q_C \times h/2 \times h/2 \times h/2}{3EI} \times 2$$

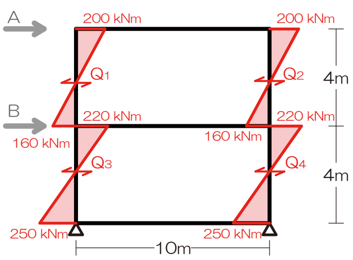
$$2Q_A = Q_B = 1/4\, Q_C$$

$$Q_A = 1/2\, Q_B = 1/8\, Q_C$$

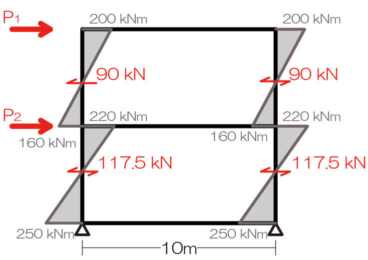
$$Q_A : Q_B : Q_C = 1:2:8$$

$Q_A : Q_B : Q_C = 1:2:8$

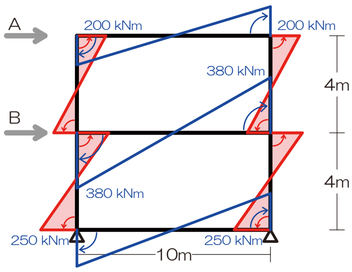
『解法 16』不静定の応力



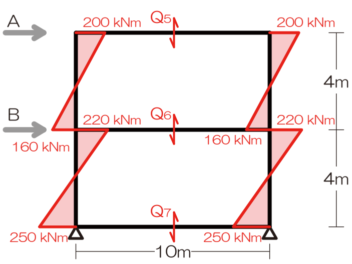
図－1



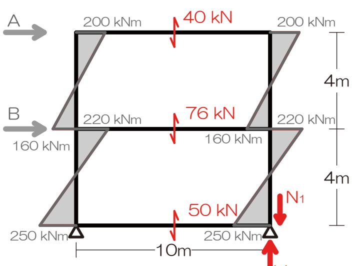
図－2



図－3



図－4



図－5

『解法 16』不静定の応力

1） 柱の曲げモーメント ⇒ 柱のせん断力（図 1）

$$Q_1 = Q_2 = \frac{200+160}{4} = 90[kN]$$

$$Q_3 = Q_4 = \frac{220+250}{4} = 117.5[kN]$$

2） 柱のせん断力 ⇒ 水平荷重（図 2）

$$P_1 = 90 + 90 = 180[kN]$$

$$P_1 + P_2 = 117.5 + 117.5$$

$$P_2 = 55[kN]$$

3） 柱の曲げ M ⇒ 梁の曲げ M（図 3）

4） 梁の曲げモーメント ⇒ 梁のせん断力（図 4）

$$Q_5 = \frac{200+200}{10} = 40[kN]$$

$$Q_6 = \frac{380+380}{10} = 76[kN]$$

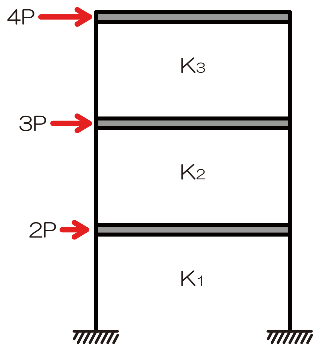
$$Q_7 = \frac{250+250}{10} = 50[kN]$$

5） 梁の Q ⇒ 柱の軸方向力、鉛直反力（図 5）

$$N_1 = 40 + 76 = 116[kN]$$

$$V_1 = 40 + 76 + 50 = 166[kN]$$

『解法 18』層間変形



『解法 18』層間変形

1） 各フロアに作用する水平力を確認

2） 公式に代入…

$$\delta_3 = \frac{4P}{K_3}$$

$$\delta_2 = \frac{4P+3P}{K_2} = \frac{7P}{K_2}$$

$$\delta_1 = \frac{4P+3P+2P}{K_1} = \frac{9P}{K_1}$$

⇒ 各フロアの層間変位が等しいので

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3$$

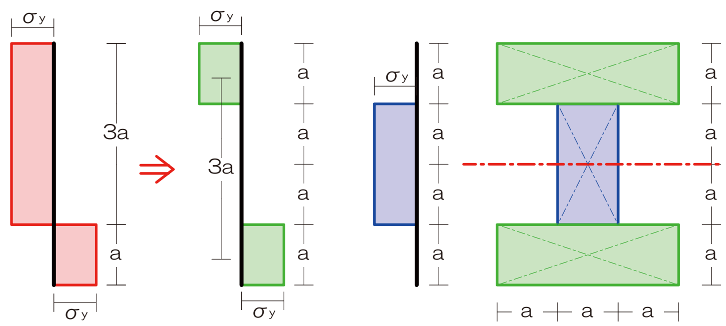
$$\frac{9P}{K_1} = \frac{7P}{K_2} = \frac{4P}{K_3}$$

ゆえに

$$K_1 : K_2 : K_3 = 9 : 7 : 4$$

$K_1 : K_2 : K_3 = 9 : 7 : 4$

『解法 19』全塑性モーメント



『解法 19』全塑性モーメント

1） 応力度分布図を「Nによる「Mによる」に分類

2） 軸方向力はブロック体積

$$N = 2a \times a \times \sigma_y$$

$$N = 2a^2\sigma_y$$

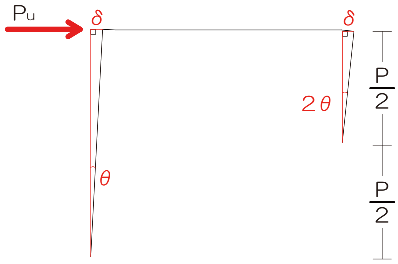
3） 曲げモーメントは片側ブロックの体積×中心間距離

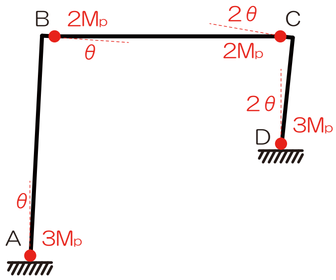
$$M = a \times 3a \times \sigma_y \times 3a$$

$$M = 9a^3\sigma_y$$

$N = 2a^2\sigma_y$、$Q = 9a^3\sigma_y$

『解法 20』崩壊荷重





『解法 20』崩壊荷重

1）崩壊の図（崩壊メカニズム）を確認

⇒　いずれかの点のヒンジ回転角をθとし、その他のヒンジ点の回転角の比を求める（左柱をθとする）

⇒　両柱の頂部の水平変位はほぼ等しいことから

$\delta_L = \theta \times L$

$\delta_R = \theta' \times \dfrac{L}{2}$

$\delta_L = \delta_R$

$\theta \times L = \theta' \times \dfrac{L}{2}$　→　材長に反比例しますね

$\theta' = 2\theta$

2）外力による仕事を求める

$W_o = P_u \times \theta \times L$

3）内力による仕事を求める

$W_i = W_{iA} + W_{iB} + W_{iC} + W_{iD}$

$W_i = 3M_P \times \theta + 2M_P \times \theta + 2M_P \times 2\theta + 3M_P \times 2\theta$

$W_i = 15M_P\theta$

4）両者のつり合いより崩壊荷重を求める

$W_o = W_i$

$P_u\theta L = 15M_P\theta$

$P_u = \dfrac{15M_P}{L}$

$15M_p/L$

Ref. 全日本建築士会、
一級建築士受験講座
学科Ⅳ構造、地人書館