0　はじめに

0.1　構造計算系過去問の傾向

- 例年「必ず」出る分野がトラスです。また、応力計算・座屈・不静定（たわみ）の出題頻度も高く、今年も出題される可能性が非常に高いと思われます。それ以外の分野からはほぼ偏りなく出題されている傾向にあります。

注：表中の番号は出題時の問題番号			コスパ	10 年	H26	H25	H24	H23	H22	H21	H20	H19	H18	H17
1	断面の性質	中立軸	★★	0%										
2		断面２次Ｍ・断面係数	★★	50%	2					6	1	1	1	
3	応力度	垂直応力度（塑性状態）	★★	40%	1				5	1				1
4	ひずみ	ひずみ	★★	10%						5				
5	座屈	座屈長さ･弾性座屈荷重	★★★	60%			6		6	6		6	6	6
6	振動	固有周期	★★	40%	7	7		7				7		
7	判別	静定・不静定の判別	★★	10%							6			
8	応力	梁・ラーメンの応力	★★★	50%	3		2				2	3		3
9		３ヒンジラーメン	★★	40%			3		4	3			4	
10		ラーメンの応力図	★★★	20%					3					4
11		トラス	★★★	100%	5	5	4	5	5	5	5	4	5	5
12		合成ラーメン	-	40%		6	5	6			3			
13	たわみ	たわみの公式	★★★	70%	2	2		2	2	2			3	2
14		不静定構造物の反力	★	10%								2		
15		水平荷重の分配	★	20%	6			3						
16	不静定	不静定ラーメンの応力	★	20%	4			4						
17		不静定ラーメン応力図	★★★	30%		3			3			5		
18	層間変形	層間変形	★★	10%						4				
19	全塑性ﾓｰﾒﾝﾄ	全塑性モーメント	★★	50%		1	1	1	1	1				
20	崩壊	崩壊荷重	★★	60%	4	4		4	5		4		2	

■　平成 24/25/26 年試験にみる本講座の実績

- 平成 24 年：力学６問中６ヒット（100.0%）、文章問題 24 問中 12 ヒット（50.0%）
- 平成 25 年：力学７問中６ヒット（85.7%）、文章問題 23 問中 14 ヒット（60.9%）
- 平成 26 年：力学７問中７ヒット（100.0%）、文章問題 23 問中 12 ヒット（73.9%）

注：「ヒット」とは、正解肢が講義にて使用した資料や問題集に記載されていたもの

0.2　日程

- 第一回：材料力学１（断面の性質・応力度・座屈・固有周期）
- 第二回：構造力学１（判別・梁及びラーメンの応力、応力図）
- 第三回：構造力学２（トラスの応力・合成ラーメン・たわみ）
- 第四回：構造力学３（不静定・層間変形と剛性・全塑性モーメント・崩壊）
- 第五回：荷重と外力、地盤と基礎構造
- 第六回：木構造、鋼構造
- 第七回：鉄筋コンクリート構造、鉄骨鉄筋コンクリート構造、壁構造
- 第八回：構造設計、材料、総復習

【本日の目標 1】

（1） 断面の性質 ← 構造材における「図心」「断面 2 次モーメント」「断面係数」を求める事が出来る

・平成 15、19、20 年：断面 2 次モーメントと断面係数を求めよ（平成 19・20 年は断面 2 次モーメントのみ）

・平成 16 年：中立軸（図心）を求めよ（降伏開始までの曲げモーメントの中立軸）

・平成 18 年：曲げ強さ（断面係数）を求めよ

（2） 応力度 ← 「垂直応力度」「曲げ応力度」「せん断応力度」を求める事が出来る

・平成 14 年：引張応力度の最大値と圧縮応力度の最大値を求めよ

・平成 17 年：構造材底部の垂直応力度を求めよ

・平成 21 年：垂直応力度分布より曲げモーメントを求めよ（一部、詳細は全塑性モーメントにて）。

（3） 座屈 ← 「弾性座屈荷重」「座屈長さ」を求める事が出来る

・平成 13、14、17、18、19、21 年：座屈荷重の大小を比較せよ（もしくは座屈荷重を求めよ）

・平成 16、22 年：弾性座屈荷重公式、座屈長さに関する問題

（4） 振動 ← 「固有周期」を求めることができる

・平成 13、16、19、23、25 年：固有周期の大小を比較せよ（H13、16、25 は応答加速度まで）

1 構造計算

■ 構造力学

- 構造物の各部材の断面形状を無視し、各部材に生じる『応力』を求める

■ 材料力学

- 構造物の断面形状にも留意し各部材内の『応力度』を求め、建築学においては構造物の変形や崩壊などの安全性を確認するための学問、応力度は応力と断面諸係数より求めることから構造力学よりも材料力学のほうが偉い

1.1 材料力学

1.1.1 断面の性質

（A） 断面諸係数

■ 断面諸係数の必要性

- 応力度を求める際に応力と断面諸係数を用いる、部材の変形（たわみ・曲げ・座屈）を求める際に用いる

■ 主要な断面諸係数

- 断面 1 次モーメント（S）：図心を求める際に用いる
- 断面 2 次モーメント（I）：座屈・たわみ等の部材の変形を求める際に用いる
- 断面係数（Z）：部材の曲げ変形に関する項目を求める際に用いる

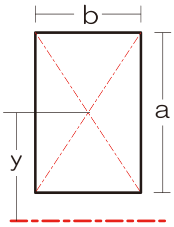
■ 断面諸係数を求める際の最重要事項！

- 変化等の対象とする軸に着目！複雑な断面形状の場合には矩形に分割！

（a） 断面１次モーメント

■ 断面１次モーメントとは

➢ 図心の位置（対象軸から図心までの距離）を求める際に必要、図心とは：降伏を開始するまでの曲げモーメントの「中立軸」とも定義される（力学においては…）



☐ $S = A \times y$　　S …断面１次モーメント、A …断面積、y …対象軸から図心までの距離

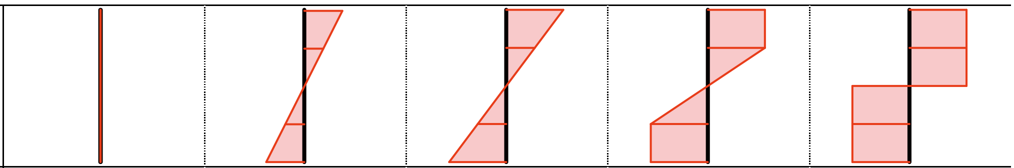
$$S = (a \times b) \times y$$

➢ 逆に…対象軸から図心までの距離を求めたかったら

☐ $y = \dfrac{S}{A}$　⇒　断面全体の断面１次モーメントを求めて断面積で割れば良い、って意味ですね

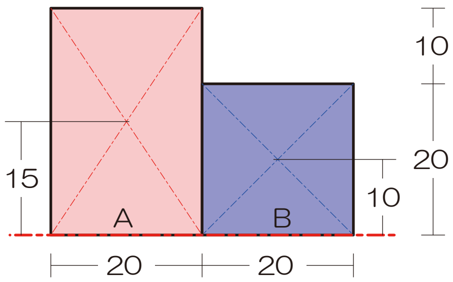
■ 中立軸の位置と曲モーメントの関係

➢ モーメントの増加とともに応力度の分布図が変化し、併せて中立軸の位置も移動します



モーメント	『弱	←←←←←←	モーメント	→→→→→→	強』
	M = 0		降伏開始		全塑性
中立軸位置	図	心		→移動中…→	断面積二等分

★Ex. 1★　以下の断面における図心の位置を底部からの距離で求めてみましょう



1）軸を確認　⇒　今回は底部

2）矩形（長方形）に分割（お好きなように…）

⇒　上記Ａ・Ｂに分割

3）断面全体の断面１次モーメントを求める

⇒　合算可能なのは軸が同一の場合のみね！

$$S_{All} = S_A + S_B$$
$$S_{All} = (30 \times 20) \times 15 + (20 \times 20) \times 10$$

4）断面１次モーメントの合計を全断面積で除す

⇒　断面全体の面積を求める

$$A_{All} = A_A + A_B$$
$$A_{All} = (30 \times 20) + (20 \times 20)$$

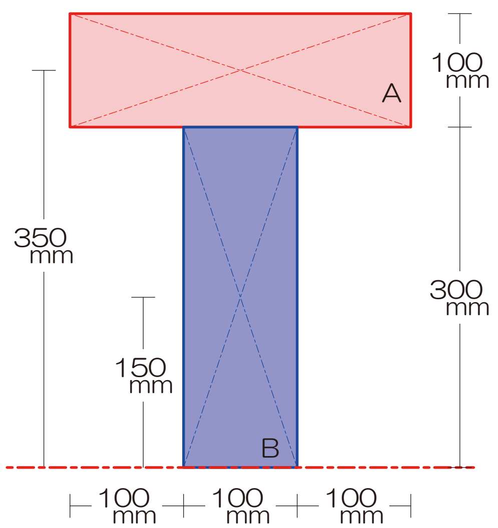
⇒　図心の位置を求める

$$y = \frac{(30 \times 20) \times 15 + (20 \times 20) \times 10}{(30 \times 20) + (20 \times 20)}$$
$$y = \frac{9000 + 4000}{600 + 400}$$
$$y = 13$$

解答：13（底部より）

『解法 01』中立軸（図心、断面１次モーメント）　過去問無し

図のような断面を持つ部材に、断面力として曲げモーメント M のみが作用している。この断面の降伏開始曲げモーメントを M_y、全塑性モーメントを M_p とするとき、$M \leq M_y$ の場合と、$M = M_p$ の場合の中立軸の位置の組み合わせとして、正しいものは次のうちどれか。ただし、中立軸の位置は断面下縁から測るものとする。【H16】



『解法 01』中立軸（図心、断面１次モーメント）

1）軸を確認　⇒　底部

2）矩形（長方形）に分割（お好きなように…）

⇒　左図のようにＡ・Ｂに分割

3）断面全体の断面１次モーメントを求める $S = A \times y$

⇒　合算可能なのは軸が同一の場合のみね！

⇒　全体の断面１次モーメントを求める

$$S_{All} = S_A + S_B$$
$$S_{All} = (100 \times 300) \times 350 + (300 \times 100) \times 150$$

4）上記断面１次モーメントの合計を全断面積で除す

⇒　全体の断面積を求める

$$A_{All} = A_A + A_B$$
$$A_{All} = (100 \times 300) + (300 \times 100)$$

⇒　図心の位置を求める

$$y = \frac{S_A + S_B}{A_A + A_B}$$
$$y = \frac{(100 \times 300) \times 350 + (300 \times 100) \times 150}{(100 \times 300) + (300 \times 100)}$$
$$y = \frac{1 \times 350 + 1 \times 150}{1 + 1}$$
$$y = 250$$

解答：250（底部より）

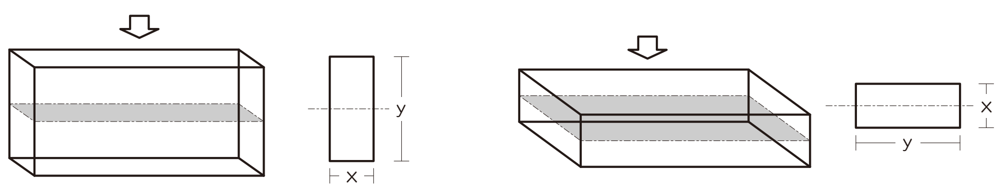
［ポイント］

✓　まずは軸をチェック！同じ軸に対する断面１次モーメントならば合算可能ですよ

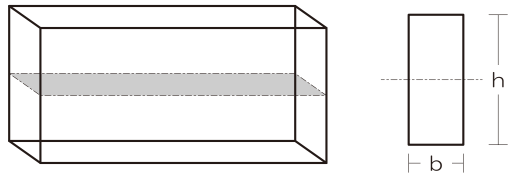
（b）　断面２次モーメント

■　断面２次モーメントとは

➢　部材の変形（たわみ・座屈）のし難さを表す、同一断面積でも、たわみの状況は異なる（以下の図、左の方が「たわみ」難いですね）



➢ 矩形図心の位置の断面２次モーメント



□ $I=\dfrac{bh^3}{12}$ I …断面２次モーメント、b …幅、

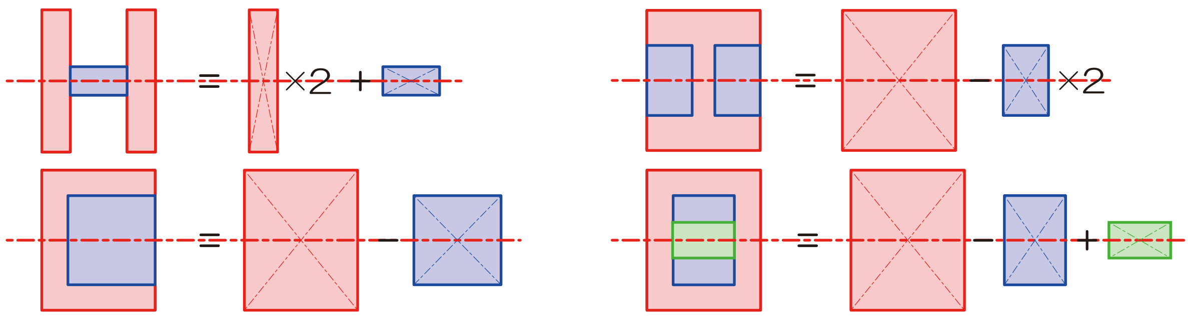
h …せい（たわむ面、対象となる軸が交差する方向）

➢ 円形図心の位置の断面２次モーメント

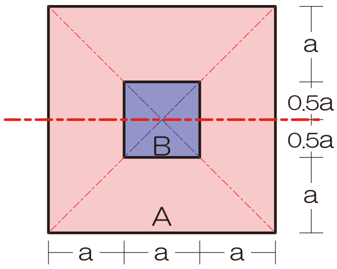
□ $I=\dfrac{\pi d^4}{64}$ d …直径

■ 複雑断面の断面２次モーメント

➢ 矩形（単純な長方形）に分割後に合算（ただし、分割した各矩形の図心の位置が元の断面の図心位置と綺麗に並ぶように）



★Ex. 2★ 以下の断面の一点鎖線で示した軸に関する断面２次モーメントを求めてみましょう



1）軸チェック

2）図心が等しくなるように断面を分割

3）各断面の断面２次モーメントを求め合算

$$I=I_A-I_B$$

$$I=\frac{3a\times3a\times3a\times3a}{12}-\frac{a\times a\times a\times a}{12}$$

$$I=\frac{81a^4}{12}-\frac{a^4}{12}$$

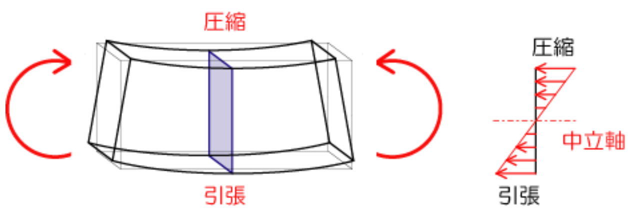
$$I=\frac{20a^4}{3}$$

（c） 断面係数

■ 断面係数とは

➢ 曲げ応力度を求める際に使用、曲げ強さの大小一云々、って言われたら、純粋に断面係数を比較すれば OK（ヤング係数が等しい＝同一材料ならばね）

➢ 曲げ応力度（σ_M）



□ $\sigma_M=\dfrac{M}{Z}$ σ_M …最大曲げ応力度（縁応力度）、

M …曲げモーメント、Z …断面係数

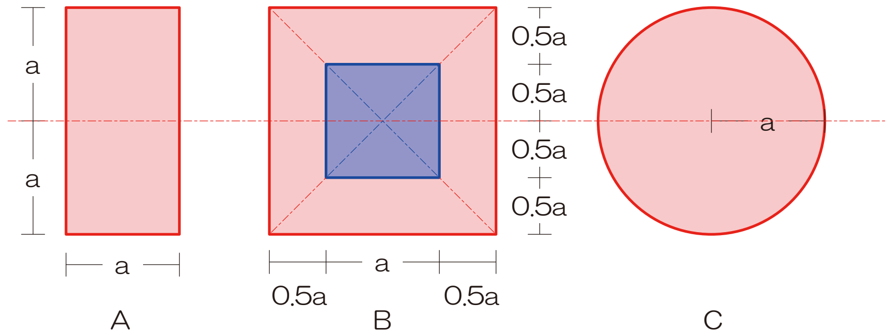
➢ 曲げ応力度は断面位置で値が変化します ⇒（算定するために）⇒ 断面位置で値の変わる断面係数を用いる

➢ 断面係数（Z）（縁部分）

□ $Z=\dfrac{I}{h/2}$ I …断面２次モーメント、h…せい、 $Z=\dfrac{bh^2}{6}$ ← 矩形断面縁部分の応力度を求める場合

『解法 02』断面 2 次モーメント/断面係数　【過去問 1】【過去問 2】【過去問 3】

断面 A、B、C の X 軸に関する断面二次モーメントをそれぞれ I_A、I_B、I_C としたとき、それらの大小関係を示せ。【H20】



『解法 02』断面 2 次モーメント

1）軸チェック

2）図心が等しくなるように断面を分割

3）各断面の断面 2 次モーメントを求め足し引き

⇒　A 断面の断面二次モーメント

$$I_A = \frac{a \times 2a \times 2a \times 2a}{12}$$

$$I_A = \frac{8a^4}{12}$$

⇒　B 断面の断面二次モーメント

$$I_B = \frac{2a \times 2a \times 2a \times 2a}{12} - \frac{a \times a \times a \times a}{12}$$

$$I_B = \frac{15a^4}{12}$$

⇒　C 断面の断面二次モーメント

$$I_C = \frac{\pi \times 2a \times 2a \times 2a \times 2a}{64}$$

$$I_C = \frac{\pi a^4}{4}$$

$$I_C = \frac{3 \times 3.14a^4}{12}$$

⇒　ゆえに

$$I_B > I_C > I_A$$

解答：I_B ＞ I_C ＞ I_A

［ポイント］

- ✓　まずは軸をチェック！
- ✓　断面 2 次モーメントでは、各分割断面の図心位置が綺麗にそろうように分割しましょう
- ✓　断面係数は、断面 2 次モーメントを求めた後に、図心から縁までの距離で除しましょう

【【CAUTION】】接合されていない複数材から構成される断面の断面係数（教科書 P21/No.11/H18）

- ✓　接合されていない場合部材の曲げ強度は、各部材の図心位置での変形に依存することからも、単純に各部材の断面係数を算定し（図心位置での変形として）、合算すれば全体の断面係数となります

（d）断面 2 次半径、（e）断面極 2 次モーメント、（f）断面相乗モーメント　←　非常にレアな問題ですのでパス…

＊　断面の諸係数まとめ

断面諸係数	用途
断面 1 次モーメント	図心（中立軸）を求める際に使用
断面 2 次モーメント	曲げ変形（座屈荷重、たわみ）を求める際に使用
断面係数	曲げ強さ（曲げ応力度）を求める際に使用
断面 2 次半径	座屈応力度を求める際に使用
断面極 2 次モーメント	ねじれ（ねじり変形）を求める際に使用
断面相乗モーメント	主軸※1 を求める際に使用

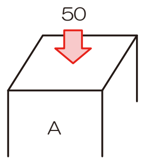
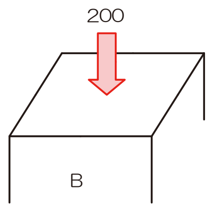
※1 断面における弱軸（断面 2 次モーメント最小値）と強軸（断面 2 次モーメント最大値）の交点

1.1.2 応力とひずみ

（A）応力度

■ 応力度とは

➢ 応力と応力度の違い

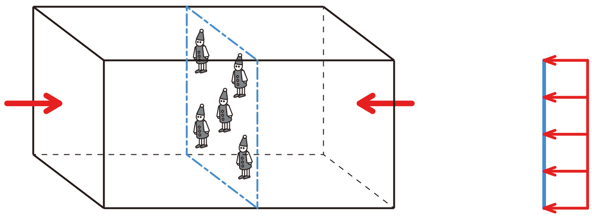
			
荷重	50	200	
断面積	10	50	
柱として頑張っているのは？	50	200	⇒ 応力
材料として頑張っているのは？	50/10 = 5	200/50 = 4	⇒ 応力度

（a）垂直応力度

■ 垂直応力度とは

➢ 垂直応力度とは：軸方向力（圧縮・引張）による応力度、全断面で等しい応力度が生じる

□ $\sigma_N = \dfrac{P}{A}$ σ_N …垂直応力度、 P …軸方向力、 A …断面積



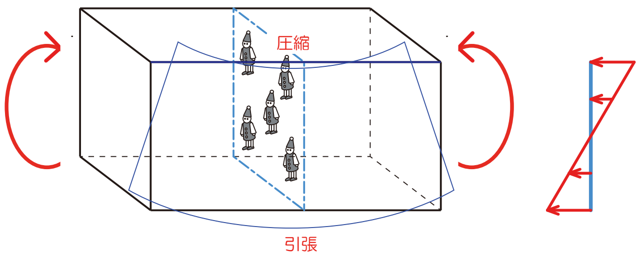
（b）曲げ応力度

■ 曲げ応力度とは

➢ 曲げ応力度とは：曲げモーメントにより生じる応力度

➢ 注意：曲げモーメントにより生じるけど…部材内では圧縮・引張に変換されちゃいます、縁部分で最大となります

□ $\sigma_M = \dfrac{M}{Z}$ M …曲げモーメント、 Z …断面係数



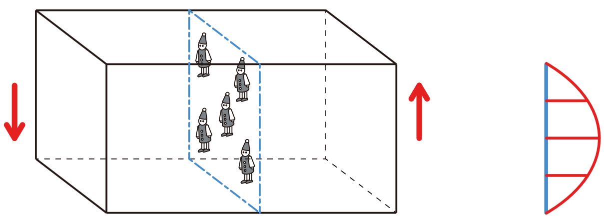
（c）せん断応力度

■ せん断応力度とは

➢ せん断応力度とは：せん断力により生じる応力度、部材が「滑る」ような感じに生じるのです…

➢ 図心部分で最大となります

□ $\tau = \dfrac{Q}{A} \times k$ k …断面形状による係数、長方形断面 $k = \dfrac{3}{2}$ 、円形断面 $k = \dfrac{4}{3}$

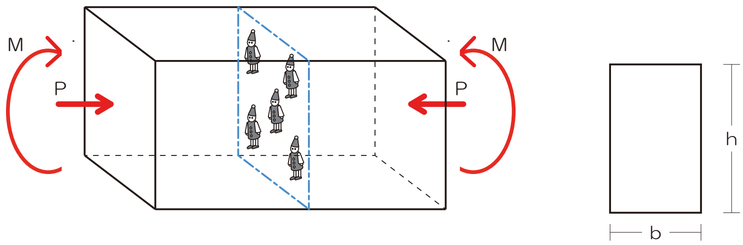


■ 垂直応力度（σ）の求め方

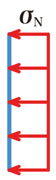
➢ 垂直応力度とは【圧縮/引張の応力度】⇒曲げ応力度も垂直応力度に含まれます

□ $\sigma = \sigma_N \pm \sigma_M$

★Ex. 3★　右の例における上端 A、下端 B の垂直応力度を求めてみましょう

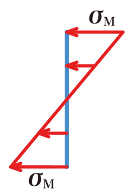


1）軸方向力による垂直応力度



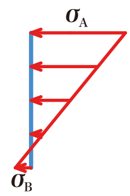
＋

2）曲げモーメントによる垂直応力度



＝

3）合計すると…



$$\sigma_N = -\frac{P}{bh}$$

$$\sigma_M = \pm\frac{M}{Z}$$

$$\sigma_M = \pm\frac{M}{bh^2/6}$$

$$\sigma_M = \pm\frac{6M}{bh^2}$$

$$\sigma = \sigma_N \pm \sigma_M$$

$$\sigma = -\frac{P}{bh} \pm \frac{6M}{bh^2}$$

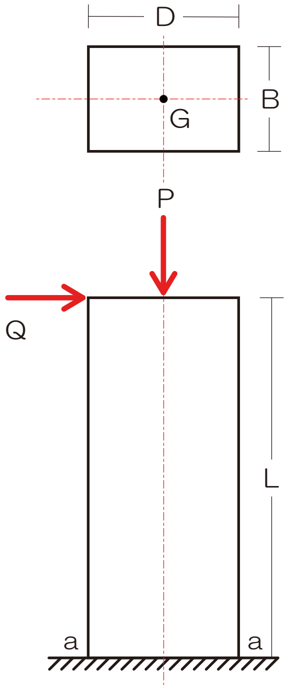
$$\sigma_A = -\frac{P}{bh} - \frac{6M}{bh^2}$$

$$\sigma_B = -\frac{P}{bh} + \frac{6M}{bh^2}$$

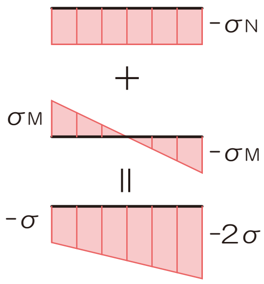
Ref. 全日本建築士会、
一級建築士受験講座
学科Ⅳ構造、地人書館

『解法 03』垂直応力度（弾性状態）　【過去問 4】

図-1 のような底部で固定された矩形断面材の頂部の図心 G 点に荷重 P および Q が作用しているときの底部 a－a 断面における垂直応力度分布が図-2 に示されている。P と Q をそれぞれ求めよ。【H17】



図－1



図－2

『解法 03』垂直応力度（弾性状態）

1）軸方向力による垂直応力度を求める

⇒　全断面均一、符号に注意！！

$$\sigma_N = -\frac{P}{BD}$$

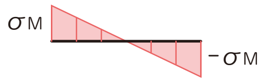
2）曲げモーメントによる曲げ応力度（垂直応力度）を求める

⇒　底部の曲げモーメントは

$$M_A = QL$$

⇒　曲げモーメントによる垂直応力度は

$$\sigma_M = \frac{M}{Z} = \frac{QL}{1} \times \frac{6}{BD^2}$$



3）両者を合算（符号に留意）

⇒　左端：$-\frac{P}{BD} + \frac{6QL}{BD^2} = -\sigma$　、右端：$-\frac{P}{BD} - \frac{6QL}{BD^2} = -2\sigma$

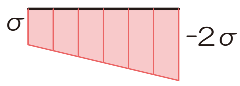
$$-\frac{P}{BD} = -\frac{6QL}{BD^2} - \sigma \qquad -\frac{P}{BD} = -2\sigma + \frac{6QL}{BD^2}$$

⇒　上２式より

$$-\frac{6QL}{BD^2} - \sigma = -2\sigma + \frac{6QL}{BD^2}$$

$$-\frac{12QL}{BD^2} = -\sigma$$

$$Q = \frac{\sigma BD^2}{12L}$$



⇒　Q の値を左端式に代入

$$-\frac{P}{BD} = -\frac{6L}{BD^2} \times \frac{\sigma BD^2}{12L} - \sigma$$

$$P = \frac{3\sigma BD}{2}$$

解答：P = 3σBD/2、Q = σBD²/12L

［ポイント］

- ✓　垂直応力度（引張/圧縮の応力度）とは、軸方向力による垂直応力度と曲げモーメントによる曲げ応力度の合算です
- ✓　符号に留意！図を含めて引張⇒プラス（+）、圧縮⇒マイナス（-）を徹底しましょう

【【CAUTION】】図心からずれた位置にかかる荷重による垂直応力度（教科書 P16/No.5/H14）

- ✓　図心から離れた位置に荷重がかかる（偏心）と、回転（モーメント）を併発するので垂直応力度の計算が厄介です…
　　詳しくは過去問プリント★にて

（B）ひずみ

■ ひずみとは

- 部材に力が加わった時の伸び縮み・太さの変形の事
- 縦ひずみ（ε）：荷重が加わっている方向の伸び縮み

□ $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$　ε…ひずみ、l…もとの長さ、Δl…変形量

- 横ひずみ（ε）：荷重によって変化する部材の太さ

□ $\varepsilon = \dfrac{\Delta d}{d}$　ε…ひずみ、d…もとの太さ、Δd…変形量

（a）ポアソン比

- ポワソン比：横ひずみを縦ひずみで除したもの

□ $\dfrac{\Delta d / d}{\Delta l / l}$

（b）せん断ひずみ

- せん断ひずみ度（γ）

□ $\gamma = \dfrac{\Delta S}{l}$　γ…せん断ひずみ度、ΔS…せん断ひずみ（ずれ）、l…部材長さ

（C）ヤング係数：P8

■ ヤング係数とは

- 部材に荷重が加わった場合の変形のし難さを表す　⇒　例：コンクリートは値が大きい、ゴムは小さい
- 垂直応力度をひずみ度（縦 or 横）で除した値
- 鉄筋の場合は引張強度試験で求める、鉄筋の垂直応力度をその時の伸びの比率で除す
- ヤング係数（E）

□ $E = \dfrac{\sigma_N}{\varepsilon}$　E…ヤング係数、σ_N…垂直応力度、ε…ひずみ

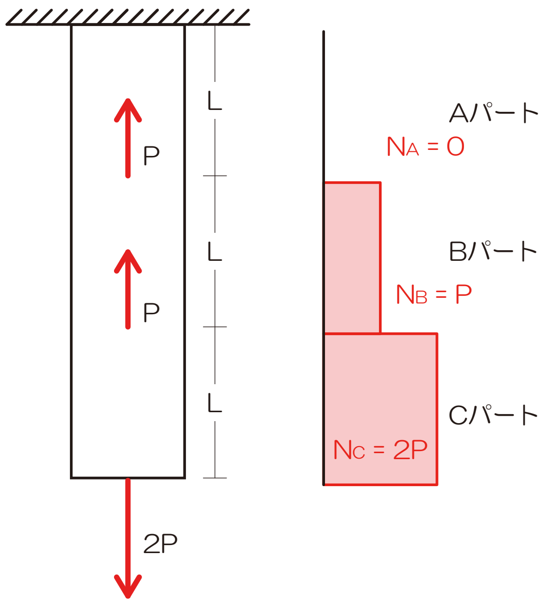
★Ex.4★　ひずみとヤング係数、垂直応力度の公式より部材の変形量を求める式を導いてみましょう

$$E = \frac{\sigma_N}{\varepsilon}$$
$$E = \frac{N}{A} \times \frac{l}{\Delta l}$$
$$\Delta l = \frac{Nl}{AE}$$

⇒　変形量（Δl）を求めたければ、断面積・ヤング係数・材長、および「軸方向力」が分かれば良いわけですね

『解法 04』ひずみ 過去問無し

図のような断面が一定で長さが 3Lである棒に、軸方向力P、P、2Pが矢印の向きに作用している。このとき、棒の下端の軸方向変位の値として正しいものは次のうちどれか。ただし、棒の断面積をA、ヤング係数をEとし、自重は無視するものとする。【H5】



『解法 04』ひずみ

1）各パートの軸方向力を求める

⇒【応力】は、【切断】し【選択】ですが…本講座ではまだ解説していませんね…左のような値となります

2）ヤング係数の公式より、ひずみ・垂直応力度の公式を用いて変形量を求める式を導く

⇒ 前ページで求めましたね

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE}$$

3）上式に各項目を代入し変形量を求める

⇒ Aパートの変形量

$$\Delta l_A = \frac{0 \times l}{AE} = 0$$

⇒ Bパートの変形量

$$\Delta l_B = \frac{P \times l}{AE}$$

⇒ Cパートの変形量

$$\Delta l_C = \frac{2P \times l}{AE}$$

⇒ 合算

$$\Delta l = 0 + \frac{P \times l}{AE} + \frac{2P \times l}{AE} = \frac{3Pl}{AE}$$

解答：3PL/AE

［ポイント］

- ✓ ヤング係数の公式より、荷重を受けた際の変形量を導くことが可能
- ✓ もちろん変化量の公式を暗記しても良いのですが…、ひずみ・垂直応力とも関連付けて導くことが理想です

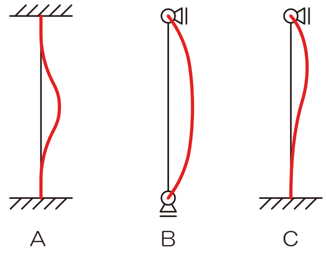
【【CAUTION】】トラスの変形量算定（教科書 P60/No.21/H16、P62/No.23/H21）

- ✓ トラスといえば「軸方向力」を求めます、ゆえに軸方向力がわかれば変形量も計算できるよね？ってことでトラスに絡めて出題されるのが近年の傾向
- ✓ トラスの変形量を求めるためには「仮想仕事法」って面倒な理論を用いるのですが、詳しくはトラスの講義にて

1.1.3 座屈

■ 座屈とは

➢ 部材が非常に大きな圧縮力を受けた際に、ぐにゃりと折れ曲がる現象、主に柱で生じる



■ 座屈のし難さ

➢ 材質：コンクリートの柱のほうがゴムの柱よりも座屈しにくい ⇒ ヤング係数

➢ 支持条件：がっちり部材を抑えれば座屈しにくい（固定支点の方がピン支点よりも座屈し難い） ⇒ 座屈長さ係数

➢ 材長：短い柱のほうが座屈しにくい ⇒ 材長

➢ 断面形状：太い部材のほうが座屈しにくい ⇒ 断面２次モーメント

（A） 弾性座屈荷重

■ 弾性座屈荷重とは

➢ 座屈が生じ始める荷重、これ以上の荷重がかかるとアウト、弾性座屈荷重が大きい部材ほど座屈し難い（強い）

□ $N_k = \dfrac{\pi^2 EI}{l_k^2}$ N_k …弾性座屈荷重、 E …ヤング係数、 I …断面２次モーメント、 l_k …座屈長さ

（B） 弾性座屈応力度

（C） 座屈長さ

■ 座屈長さ（l_k）

➢ 支持条件と材長より求める

□ $l_k = \alpha \times l$ α …座屈長さ係数、 l …材長

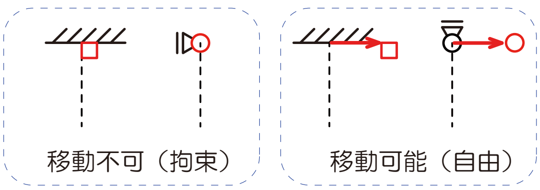
■ 座屈長さ係数の判別方法

➢ 支持条件により決定、実際に図示して確認、チェック項目は以下の２つ

➢ 上端移動：水平方向に移動できるか？できないか？

⇒ 移動できない場合：文中に「拘束」図中に「横三角」

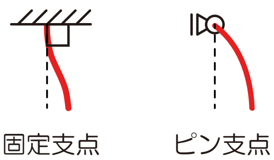
⇒ 移動できるならちょいズラしてあげましょう



➢ 支点種類：支点の種類は固定？ピン？

⇒ 固定ならば支点では曲がりません

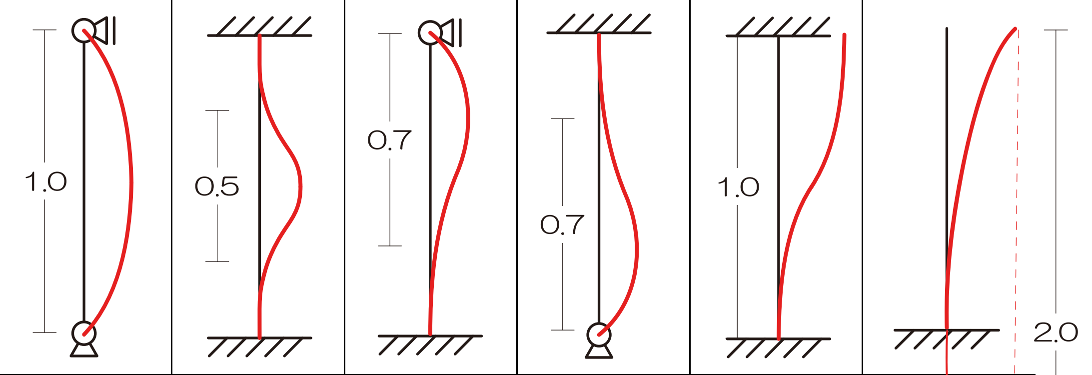
⇒ ピンの場合は支点から曲がります

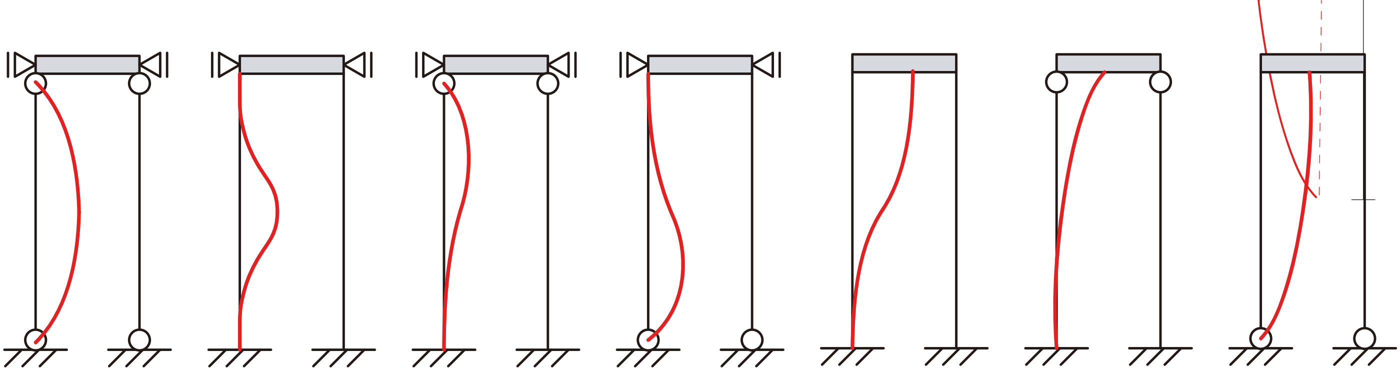


Ref. 全日本建築士会、
一級建築士受験講座
学科Ⅳ構造、地人書館

■ 座屈長さ係数

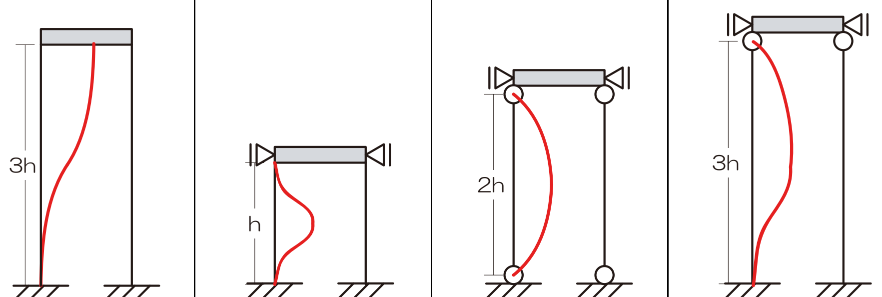
➢ 0.5/0.7/1.0/2.0 の 4 種のみ、実際に座屈する様子を図示して確認しましょう

上端移動	拘		束		自	由
支持種類（上端）	ピ ン	固 定	ピ ン	固 定	固 定	自 由
支持種類（下端）	ピ ン	固 定	固 定	ピ ン	固 定	固 定
座屈形状						
座屈長さ係数	1.0	0.5	0.7	0.7	1.0	2.0



F G H I J K L

★Ex. 5★ 以下の各柱の座屈長さを求めてみましょう

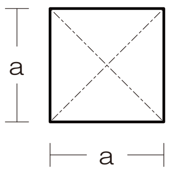
				
座屈長さ係数	1.0	0.5	1.0	0.7
座屈長さ	$1.0 \times 3h = 3h$	$0.5 \times h = 0.5h$	$1.0 \times 2h = 2h$	$0.7 \times 3h = 2.1h$

■ 弾性座屈荷重と座屈長さ

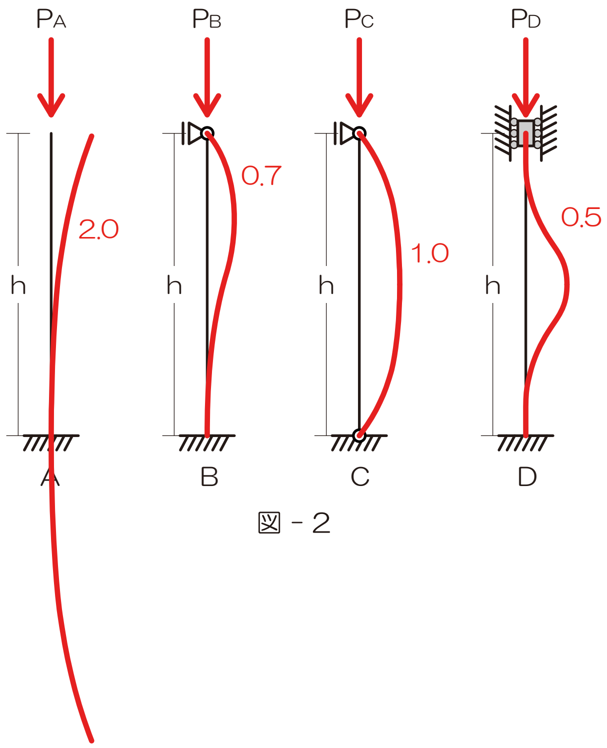
➢ 等質等断面な柱の弾性座屈荷重を比較する場合には、ヤング係数と断面 2 次モーメントが等しいことから、座屈長さの逆数の比較となる（座屈長さが大きいほど弾性座屈荷重が小さい、要は順番が逆になるってことね）

『解法 05』座屈【過去問 5】【過去問 6】【過去問 7】【過去問 8】【過去問 9】【過去問 10】

中心圧縮力が作用する図ー1 のような正方形断面の長柱の弾性座屈荷重 P に関する次の記述のうち、最も不適当なものはどれか。ただし、柱は全長にわたって等質等断面とし、柱の長さ及び材端条件は図ー2の A から D とする。【H24】



図－1



図－2

『解法 05』座屈

1）上端の移動をチェック

2）支点の形状をチェック

3）上記 2 点より座屈の状況を図示

⇒　左図

4）座屈の状況より座屈長さを算定

5）弾性座屈荷重の大小を比較

⇒　座屈長さが小さいほうが弾性座屈荷重は大きくなりますよ

1．P は柱の材端条件が、A の場合より B の場合のほうが大きい

⇒　A の座屈長さ係数は 2.0、B は 0.7、よって適

2．P は柱の材端条件が、C の場合より D の場合のほうが大きい

⇒　C の座屈長さ係数は 1.0、D は 0.5、よって適

3．P は柱の材端条件が、C の場合より A の場合のほうが大きい

⇒　C の座屈長さ係数は 1.0、A は 2.0、よって不適

4．P は柱の幅 a の四乗に比例する

⇒　弾性座屈は断面二次モーメントに比例。断面二次モーメントは長さの四乗の世界なので適

解答：3.が不適

［ポイント］

✓　座屈長さは座屈する様子を図示して確認しましょう

✓　図示する際の留意点は「上端の移動」「支持条件」の 2 点です

【【CAUTION】】オイラーの座屈荷重の公式はあくまで目安！？（教科書 P18/No.7/H19）

✓　座屈の発生状況を予測する場合には、実は柱に付随する（剛接合している）部材の「強さ」の把握も必要です

✓　弾性座屈荷重の値が同じでも、「強い」部材に接合していれば、座屈は生じにくくなります

1.1.4　振動

（A）固有周期

- 地震・風・交通振動等がかかった際に生じる建物自身の往復運動

□　$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$　　m…質量（自重）、K…剛性　また、$K = \dfrac{3EI}{l^3}$（詳しくは「水平荷重の分配」にて）

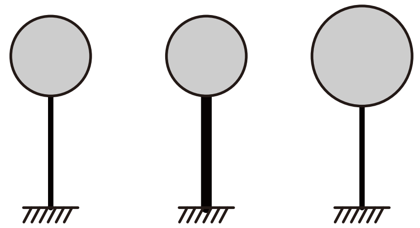
1.1.5　地震応答スペクトル

- 建物の固有周期により応答スペクトルが変化するので注意

□　$Q = m \times \alpha$　　m…質量（自重）、α…加速度

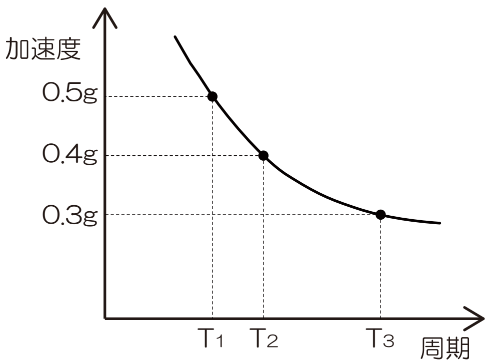
『解法 06』固有周期　【過去問 11】【過去問 12】【過去問 13】

図-1 のような頂部に集中質量 m または 2m を持ち剛性が K または 2K の棒 A、B、C における固有周期はそれぞれ T_A、T_B、T_Cである。それぞれの棒の脚部に図-2 で示す加速度応答スペクトルをもつ地震動が入力されたとき、棒に生じる最大応答せん断力が Q_A、Q_B、Q_Cとなった。Q_A、Q_B、Q_Cの大小関係を求めよ。ただし、T_A、T_B、T_Cは図-2 の T_1、T_2、T_3のいずれかに対応し、応答は水平方向であり弾性範囲とする。【H25】



質量：m　剛性：K　A
質量：m　剛性：2K　B
質量：2m　剛性：K　C

図－1



図－2

『解法 06』固有周期

1）剛性および質量より固有周期を求める

⇒　モデル A の固有周期　$T_A = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$

⇒　モデル B の固有周期　$T_B = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2K}}$

⇒　モデル C の固有周期　$T_C = 2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{K}}$

2）固有周期の大小より応答加速度を選択する

⇒　$T_C > T_A > T_B$ より

$T_A = T_2 \Rightarrow 0.4g$
$T_B = T_1 \Rightarrow 0.5g$
$T_C = T_3 \Rightarrow 0.3g$

3）応答加速度と質量より最大応答せん断力を求める

⇒　モデル A の最大せん断応力は $Q_A = m \times 0.4g = 0.4mg$

⇒　モデル B の最大せん断応力は $Q_B = m \times 0.5g = 0.5mg$

⇒　モデル C の最大せん断応力は $Q_C = 2m \times 0.3g = 0.6mg$

解答：$Q_C > Q_B > Q_A$

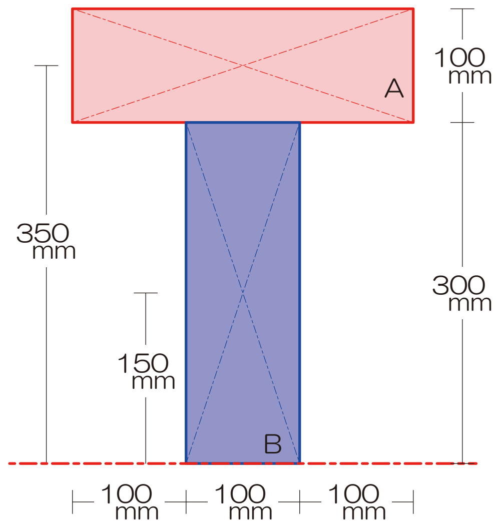
［ポイント］

✓　固有周期を求め　⇒　大小関係を比較し　⇒　適する固有周期を選択　⇒　応答加速度を選択し　⇒　せん断力算定

【【CAUTION】】剛性を求める必要のある場合（過去問 H14）

✓　ヤング係数・断面二次モーメント・材長から剛性を求めることが可能ですが…詳しくは「水平荷重の分配」にて

『解法 01』中立軸（図心、断面１次モーメント）



『解法 01』中立軸（図心、断面１次モーメント）

1）軸を確認　⇒　底部

2）矩形（長方形）に分割（お好きなように…）

　⇒　左図のようにＡ・Ｂに分割

3）断面全体の断面１次モーメントを求める $S = A \times y$

　⇒　合算可能なのは軸が同一の場合のみね！

　⇒　全体の断面１次モーメントを求める

$$S_{All} = S_A + S_B$$
$$S_{All} = (100 \times 300) \times 350 + (300 \times 100) \times 150$$

4）上記断面１次モーメントの合計を全断面積で除す

　⇒　全体の断面積を求める

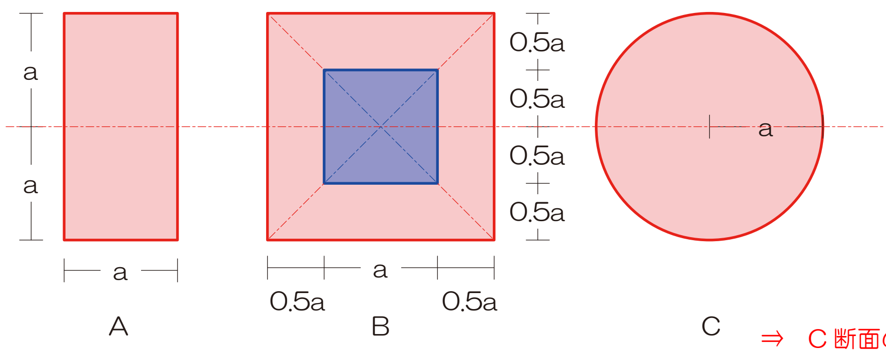
$$A_{All} = A_A + A_B$$
$$A_{All} = (100 \times 300) + (300 \times 100)$$

　⇒　図心の位置を求める

$$y = \frac{S_A + S_B}{A_A + A_B}$$
$$y = \frac{(100 \times 300) \times 350 + (300 \times 100) \times 150}{(100 \times 300) + (300 \times 100)}$$
$$y = \frac{1 \times 350 + 1 \times 150}{1 + 1}$$
$$y = 250$$

解答：250（底部より）

『解法 02』断面２次モーメント/断面係数



『解法 02』断面２次モーメント

1）軸チェック

2）図心が等しくなるように断面を分割

3）各断面の断面２次モーメントを求め合算

⇒　Ａ断面の断面二次モーメント

$$I_A = \frac{a \times 2a \times 2a \times 2a}{12}$$
$$I_A = \frac{8a^4}{12}$$

⇒　Ｂ断面の断面二次モーメント

$$I_B = \frac{2a \times 2a \times 2a \times 2a}{12} - \frac{a \times a \times a \times a}{12}$$
$$I_B = \frac{15a^4}{12}$$

⇒　Ｃ断面の断面二次モーメント

$$I_C = \frac{\pi \times 2a \times 2a \times 2a \times 2a}{64}$$
$$I_C = \frac{\pi a^4}{4}$$
$$I_C = \frac{3 \times 3.14a^4}{12}$$

⇒　ゆえに

$$I_B > I_C > I_A$$

解答：I_B ＞ I_C ＞ I_A

『解法 03』垂直応力度（弾性状態）

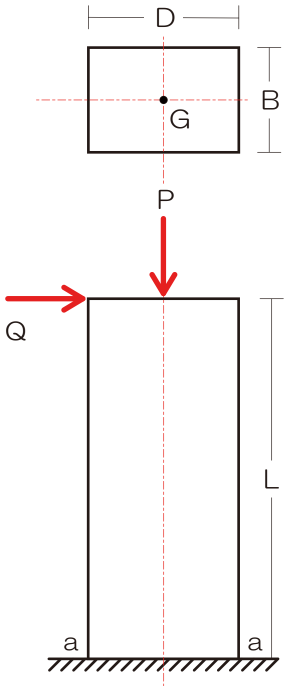


図 - 1

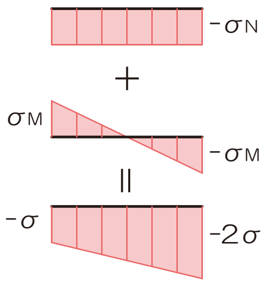


図 - 2

『解法 03』垂直応力度（弾性状態）

1）軸方向力による垂直応力度を求める

⇒　全断面均一、符号に注意！！

$$\sigma_N = -\frac{P}{BD}$$

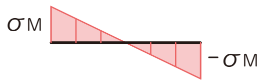
2）曲げモーメントによる曲げ応力度（垂直応力度）を求める

⇒　底部の曲げモーメントは

$$M_A = QL$$

⇒　曲げモーメントによる垂直応力度は

$$\sigma_M = \frac{M}{Z} = \frac{QL}{1} \times \frac{6}{BD^2}$$



3）両者を合算（符号に留意）

⇒　左端：$-\frac{P}{BD} + \frac{6QL}{BD^2} = -\sigma$　、右端：$-\frac{P}{BD} - \frac{6QL}{BD^2} = -2\sigma$

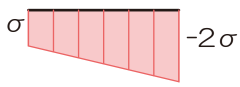
$$-\frac{P}{BD} = -\frac{6QL}{BD^2} - \sigma \qquad -\frac{P}{BD} = -2\sigma + \frac{6QL}{BD^2}$$

⇒　上２式より

$$-\frac{6QL}{BD^2} - \sigma = -2\sigma + \frac{6QL}{BD^2}$$

$$-\frac{12QL}{BD^2} = -\sigma$$

$$Q = \frac{\sigma BD^2}{12L}$$

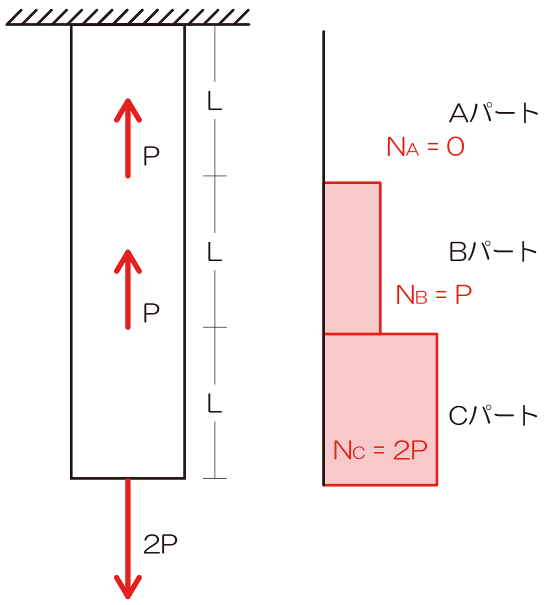


⇒　Q の値を左端式に代入

$$-\frac{P}{BD} = -\frac{6L}{BD^2} \times \frac{\sigma BD^2}{12L} - \sigma$$

$$P = \frac{3\sigma BD}{2}$$

解答：$P = 3\sigma BD/2$、$Q = \sigma BD^2/12L$



『解法 04』ひずみ

1）各パートの軸方向向力を求める

⇒【応力】は、【切断】し【選択】ですが…本講座ではまだ解説していませんね…左のような値となります

2）ヤング係数の公式より、ひずみ・垂直応力度の公式を用いて変形量を求める式を導く

⇒ 前ページで求めましたね

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE}$$

3）上式に各項目を代入し変形量を求める

⇒ Aパートの変形量

$$\Delta l_A = \frac{0 \times l}{AE} = 0$$

⇒ Bパートの変形量

$$\Delta l_B = \frac{P \times l}{AE}$$

⇒ Cパートの変形量

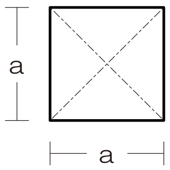
$$\Delta l_C = \frac{2P \times l}{AE}$$

⇒ 合算

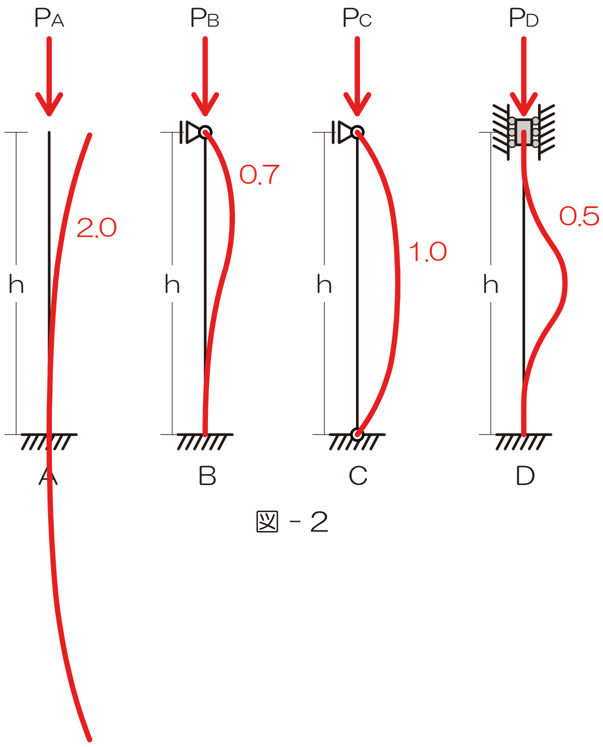
$$\Delta l = 0 + \frac{P \times l}{AE} + \frac{2P \times l}{AE} = \frac{3Pl}{AE}$$

解答：3PL/AE

『解法 05』座屈



図－1



図－2

『解法 05』座屈

1）上端の移動をチェック

2）支点の形状をチェック

3）上記２点より座屈の状況を図示

⇒　左図

4）座屈の状況より座屈長さを算定

5）弾性座屈荷重の大小を比較

⇒　座屈長さが小さいほうが弾性座屈荷重は大きくなりますよ

5．P は柱の材端条件が、A の場合より B の場合のほうが大きい

⇒　A の座屈長さ係数は 2.0、B は 0.7、よって適

6．P は柱の材端条件が、C の場合より D の場合のほうが大きい

⇒　C の座屈長さ係数は 1.0、D は 0.5、よって適

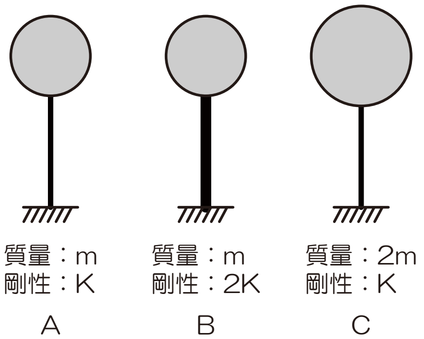
7．P は柱の材端条件が、C の場合より A の場合のほうが大きい

⇒　C の座屈長さ係数は 1.0、A は 2.0、よって不適

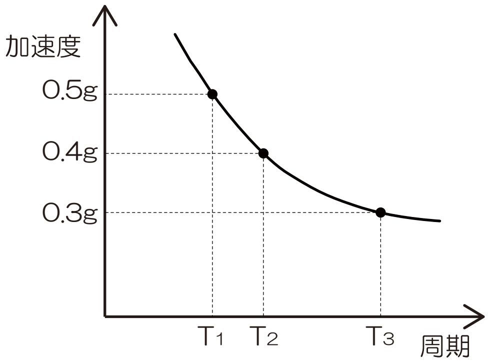
8．P は柱の幅 a の四乗に比例する

⇒　弾性座屈は断面二次モーメントに比例。断面二次モーメントは長さの四乗の世界なので適

解答：3.が不適



図－1



図－2

『解法 06』固有周期

1）剛性および質量より固有周期を求める

⇒　モデル A の固有周期　$T_A = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$

⇒　モデル B の固有周期　$T_B = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2K}}$

⇒　モデル C の固有周期　$T_C = 2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{K}}$

2）固有周期の大小より応答加速度を選択する

⇒　$T_C > T_A > T_B$ より

$T_A = T_2 \Rightarrow 0.4g$
$T_B = T_1 \Rightarrow 0.5g$
$T_C = T_3 \Rightarrow 0.3g$

3）応答加速度と質量より最大応答せん断力を求める

⇒　モデル A の最大せん断応力は $Q_A = m \times 0.4g = 0.4mg$

⇒　モデル B の最大せん断応力は $Q_B = m \times 0.5g = 0.5mg$

⇒　モデル C の最大せん断応力は $Q_C = 2m \times 0.3g = 0.6mg$

解答：$Q_C > Q_B > Q_A$