【本日の課題】

1） 応力度：応力度・許容応力度計算

⇒ 『解法 11』応力度、『解法 12』許容応力度

2） 座屈：座屈長さ・弾性座屈荷重

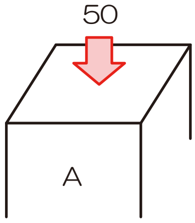
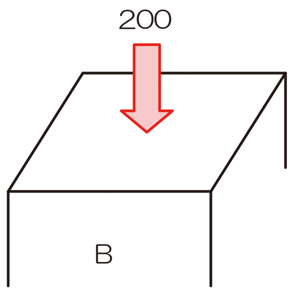
⇒ 『解法 15』座屈

1-8 応力度

1-8-1 応力度

■ 応力度とは

➢ 応力と応力度の違い

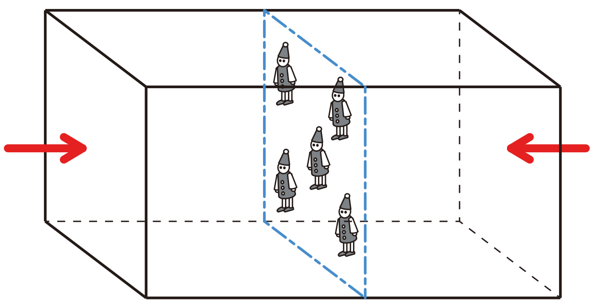
		
荷重	50	200
断面積	10	50
柱として頑張っているのは？	50	200
材料として頑張っているのは？	50/10 = 5	200/50 = 4

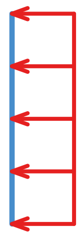
1-8-2 垂直応力度

■ 垂直応力度とは

➢ 垂直応力度とは：軸方向力（圧縮・引張）による応力度、全断面で等しい応力度が生じる

□ $\sigma_N = \frac{P}{A}$ σ_N…垂直応力度、 P…軸方向力、 A…断面積





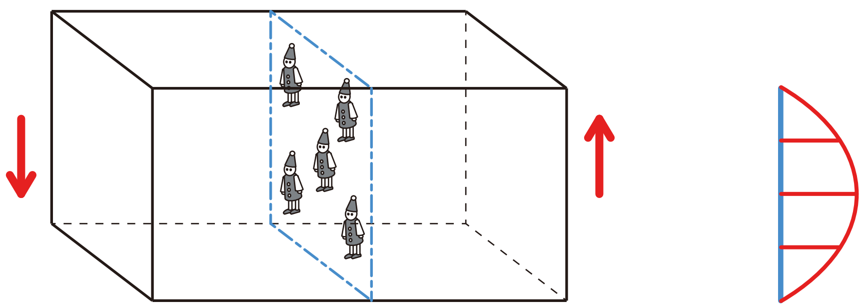
Ref. 全日本建築士会、
二級建築士合格セミナー
建築構造、オーム社

1-8-3　せん断応力度

■　せん断応力度とは

- せん断応力度とは：せん断力により生じる応力度、部材が「滑る」ような感じに生じるのです…

□　$\tau = \dfrac{Q}{A} \times k$　　k…断面形状による係数、長方形断面 $k = \dfrac{3}{2}$、円形断面 $k = \dfrac{4}{3}$

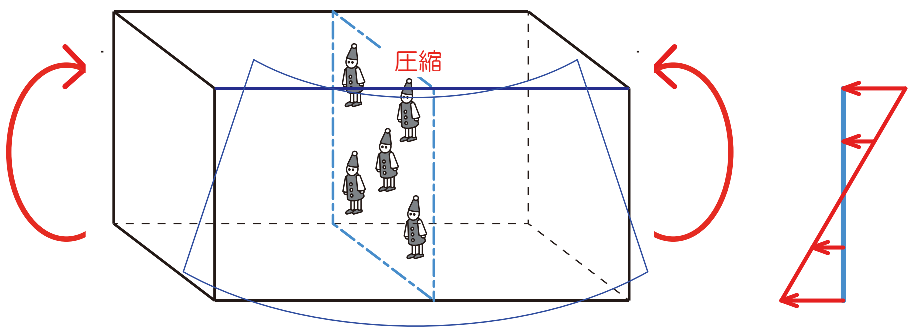


1-8-4　曲げ応力度

■　曲げ応力度とは

- 曲げ応力度とは：曲げモーメントにより生じる応力度
- 注意：曲げモーメントにより生じるけど…部材内では圧縮・引張に変換されちゃいます

□　$\sigma_M = \dfrac{M}{Z}$　　M…曲げモーメント、Z…断面係数



1-8-5　部材に生じる最大応力度の求め方

■　算定手順

- 最大応力を求める　⇒　応力が変化する点（荷重のかかっている点、支点・節点）に留意
- 断面諸係数を求める　⇒　対象となる軸に留意
- 上記より最大応力度を求める

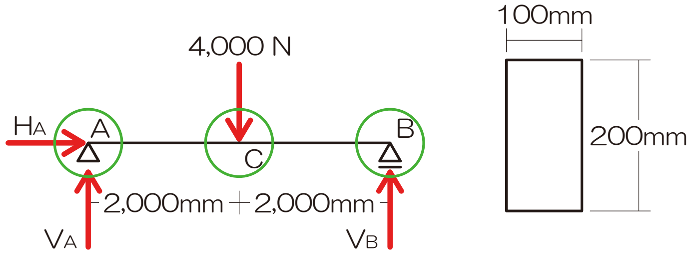
★Q14★　以下の構造物の各最大応力度を求めてみましょう

1）反力を図示

2）応力が切り替わる可能性のある箇所をチェック

3）単位を[N][mm]に変換

4）生じる最大の応力を求める（解法：応力参照）

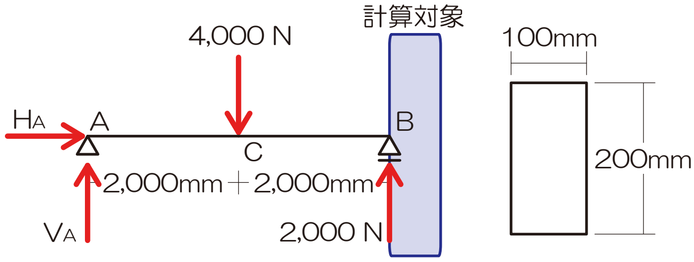


⇒　前述（P24）の通り、荷重のかかっている点での

軸方向力/せん断力の算定は不可なのですが…

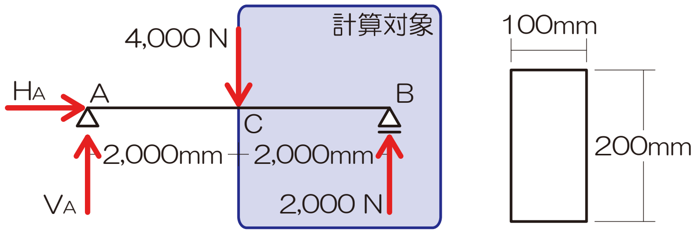
※B 点（のちょい左）の各応力は、

$$N_B = 0[N]$$
$$Q_B = 2{,}000[N]$$
$$M_B = 2{,}000 \times 0 = 0[Nmm]$$



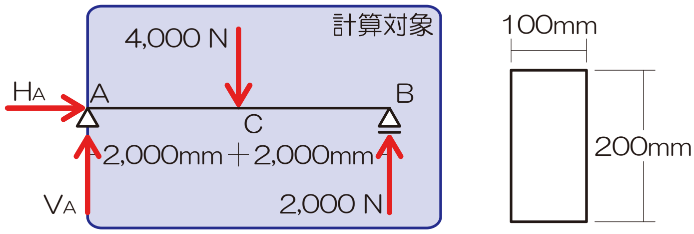
※C 点（のちょい左）の各応力は、

$$N_C = 0[N]$$
$$Q_C = 2{,}000 - 4{,}000 = 2{,}000[N]$$
$$M_C = -2{,}000 \times 2{,}000 = 4{,}000{,}000[Nmm]$$



※A 点（のちょい右）の各応力は、

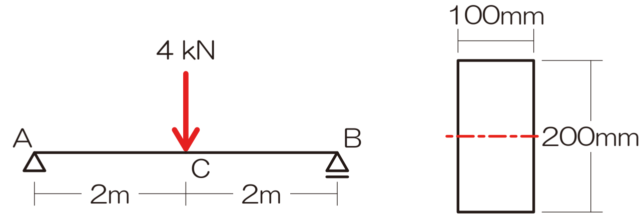
$$N_A = 0[N]$$
$$Q_A = 2{,}000 - 4{,}000 = 2{,}000[N]$$
$$M_A = -2{,}000 \times 4{,}000 + 4{,}000 \times 2{,}000 = 0[Nmm]$$



5）断面諸係数を求める（解法：断面係数等参照）

断面積は、

$$A = 200 \times 100 = 20{,}000[mm^2]$$



断面係数は、

$$Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{100 \times 200 \times 200}{6} = \frac{4{,}000{,}000}{6}[mm^3]$$

6）最大の応力度を求める

垂直応力度の最大値は

$$\sigma_{N\max} = \frac{N_{\max}}{A} = 0[N/mm^2]$$

せん断応力度の最大値は

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \times \frac{Q_{\max}}{A} = \frac{3}{2} \times \frac{2{,}000}{20{,}000} = \frac{3}{20} = 0.15[N/mm^2]$$

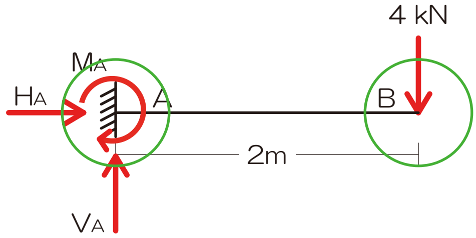
曲げ応力度の最大値は

$$\sigma_{M\max} = \frac{M_{\max}}{Z} = 4{,}000{,}000 \times \frac{6}{4{,}000{,}000} = 6[N/mm^2]$$

解答：σ_N =0[N/mm²]、τ = 0.15[N/mm²] σ_M = 6[N/mm²]

『解法 11』応力度『教科書 P60：□問題 1、P61：□問題 2、P62：□問題 3、P64：□問題 5』【問題集 P285：□問題 14、P286：□問題 12、P288：□問題 09/□問題 08】

以下の構造物における最大曲げ応力度を求めよ。



『過去問解法手順 11』応力度

1）反力を図示

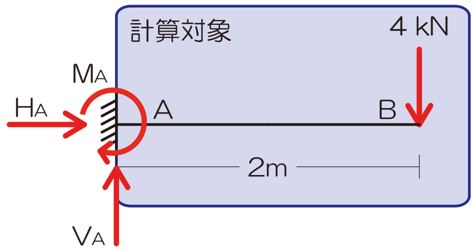
2）応力が切り替わる可能性のある箇所をチェック

⇒　A 点と B 点

3）単位を[N][mm]に変換

4）生じる最大の応力を求める（解法：応力参照）

⇒　A 点の曲げモーメントを求める

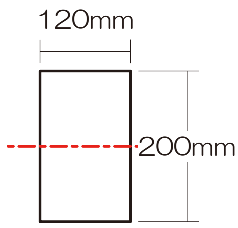


$$M_C = +4{,}000 \times 2{,}000[Nmm]$$

5）断面諸係数を求める（解法：断面係数等参照）

⇒　断面係数は（矩形なので）

$$Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{120 \times 200 \times 200}{6}[mm^3]$$



6）最大の応力度を求める

$$\sigma_M = \frac{M}{Z}$$

$$\sigma_M = \frac{4{,}000 \times 2{,}000}{1} \times \frac{6}{120 \times 200 \times 200}$$

$$\sigma_M = 10[N/mm^2]$$

10[N/mm²]

1-8-6　許容応力度

■　許容応力度とは

➢　構造設計における最も基礎的な安全確認方法である許容応力度計算（一次設計）にてあつかう

➢　材料に生じる応力度 vs 材料が耐えられる応力　⇒　後者が勝てば安全

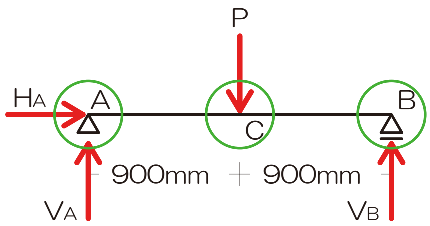
★基礎徹底 15★　許容応力度計算

★Q15★　材料の許容曲げ応力度を 20[N/mm²]とした場合の許容最大荷重を求めてみましょう

1）反力を図示

2）応力が切り替わる可能性のある箇所をチェック

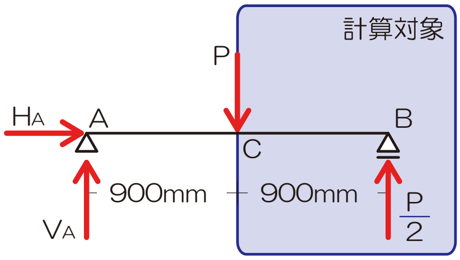
⇒　A 点と B 点と C 点



3）単位を[N][mm]に変換

4）生じる最大の応力を求める（解法：応力参照）

⇒　A 支点はピン、B 支点はローラーなので曲げモーメントは生じない、C 点の曲げモーメントを求める

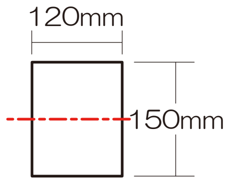


$$M_C = -\frac{P}{2} \times 900$$

$$M_C = \frac{900P}{2} [Nmm]$$

5）断面諸係数を求める（解法：断面係数等参照）

⇒　断面係数は（矩形なので）



$$Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{120 \times 150 \times 150}{6} [mm^3]$$

6）最大の応力度を求める

$$\sigma_M = \frac{M}{Z}$$

$$\sigma_M = \frac{900P}{2} \times \frac{6}{120 \times 150 \times 150} [N/mm^2]$$

7）許容応力度計算

$$\sigma_M \leq f$$

$$\frac{900P}{2} \times \frac{6}{120 \times 150 \times 150} \leq 20$$

$$P \leq \frac{20 \times 2 \times 120 \times 150 \times 150}{900 \times 6}$$

$$P \leq 20{,}000[N]$$

P<20,000[N]

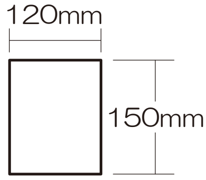
『解法 12』許容応力度『教科書 P63：□問題 4』【問題集 P286：□問題 13、P287：□問題 11】

以下の断面の許容せん断力を求めよ。ただし、使用している材料の許容せん断応力度は 1.5[N/mm^2]とする。

『過去問解法手順 12』許容応力度

1）反力を図示　⇒　不要

2）応力が切り替わる可能性のある箇所をチェック　⇒　不要



3）単位を[N][mm]に変換　⇒　不要

4）生じる最大の応力を求める（解法：応力参照）

⇒　許容せん断応力度を Q とする

5）断面諸係数を求める　⇒　断面積は

$$A = 120 \times 150 [mm^2]$$

6）最大の応力度を求める

$$\tau = \frac{Q}{A} \times \frac{3}{2}$$

$$\tau = \frac{Q \times 3}{120 \times 150 \times 2}$$

7）許容応力度計算

$$\tau \le f$$

$$\frac{Q \times 3}{120 \times 150 \times 2} \le 1.5$$

$$Q \le \frac{1.5 \times 120 \times 150 \times 2}{3}$$

$$Q \le 18{,}000[N]$$

18,000[N]

1-9　梁の変形、座屈

1-9-1　梁の変形

■ ひずみ

- 部材に力が加わった時の伸び縮み・太さの変形の事

□　$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$　ε…ひずみ、l…もとの長さ、Δl…変形量

■ ヤング係数

- ヤング係数とは：部材に荷重が加わった場合の変形のし難さを表す　⇒　コンクリートは値が大きい、ゴムは小さい

□　$E = \frac{\sigma_N}{\varepsilon}$　E…ヤング係数、σ_N…垂直応力度、ε…ひずみ

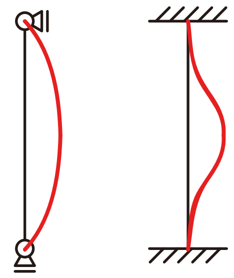
■ 変形量の算定

- 垂直応力度は、$\sigma_N = \frac{N}{A}$（N…軸方向力、A…断面積）で示されるので、ヤング係数の公式に垂直応力度・ひずみを代入すると変形量（伸び・縮み）を求めることが可能

$$E = \frac{N}{A} \times \frac{l}{\Delta l}$$

$$\Delta l = \frac{N \times l}{A \times E}$$

1-9-2　座屈



■　座屈とは

- 部材が非常に大きな圧縮力を受けた際に、ぐにゃりと折れ曲がる現象、主に柱で生じる

■　座屈のし難さ

- 材質：コンクリートの柱のほうがゴムの柱よりも座屈しにくい　⇒　ヤング係数
- 支持条件：がっちり部材を抑えれば座屈しにくい（固定支点の方がピン支点よりも座屈し難い）　⇒　座屈長さ係数
- 材長：短い柱のほうが座屈しにくい　⇒　材長
- 断面形状：太い部材のほうが座屈しにくい　⇒　断面２次モーメント

（１）　座屈方向と座屈軸

■　座屈の検討

- 座屈の生じる方向（軸）は断面二次半径（断面二次モーメントを断面積で除した値）が最小となる軸にて座屈は生じる

（２）　座屈長さの取り方

■　座屈長さ（l_k）

- 支持条件と材長より求める

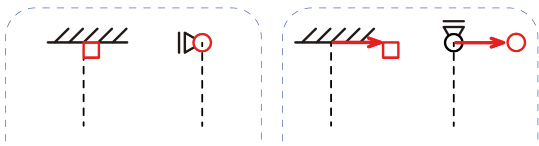
□　$l_k = \alpha \times l$　　α…座屈長さ係数、l…材長

■　座屈長さ係数の判別方法

- 支持条件により決定、実際に図示して確認、チェック項目は以下の２つ
- 上端移動：水平方向に移動できるか？できないか？

⇒　移動できない場合：文中に「拘束」図中に「横三角」

⇒　移動できるならちょいズラしてあげましょう



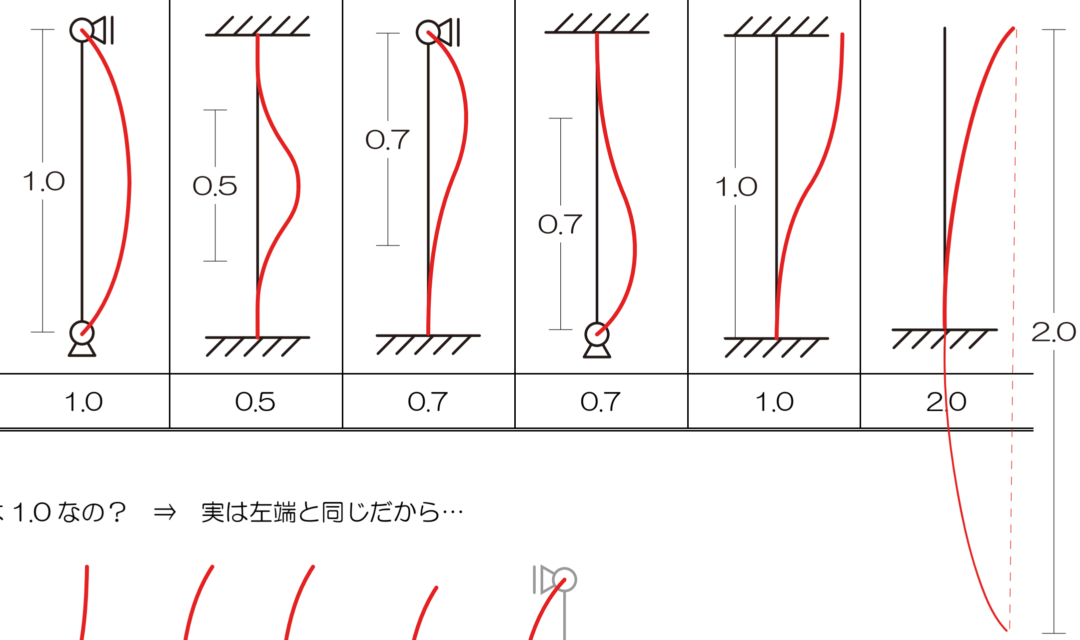
- 支点種類：支点の種類は固定？ピン？

⇒　固定ならば支点では曲がりません

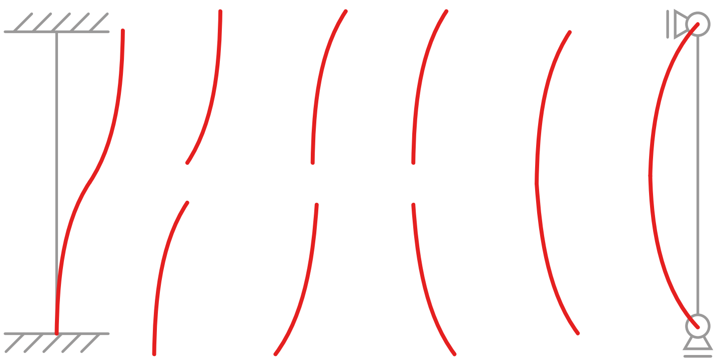
⇒　ピンの場合は支点から曲がります

■ 座屈長さ係数

➢ 0.5/0.7/1.0/2.0 の 4 種のみ、実際に座屈する様子を図示して確認しましょう

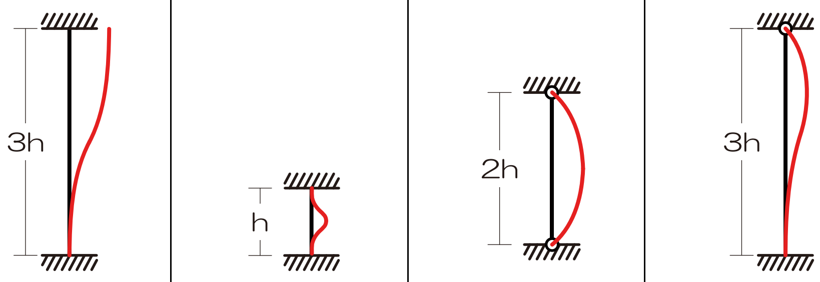
上端移動	拘		束		自	由
支持種類（上端）	ピ　ン	固　定	ピ　ン	固　定	固　定	自　由
支持種類（下端）	ピ　ン	固　定	固　定	ピ　ン	固　定	固　定
座屈形状						
座屈長さ係数	1.0	0.5	0.7	0.7	1.0	2.0

➢ なぜ右から二番目は 1.0 なの？　⇒　実は左端と同じだから…



■ 座屈長さ算定

□　以下の各柱の座屈長さを求めてみましょう



上端移動	自由	拘束	拘束	拘束
座屈長さ係数	1.0	0.5	1.0	0.7
座屈長さ	$1.0\times 3h = 3h$	$0.5\times h = 0.5h$	$1.0\times 2h = 2h$	$0.7\times 3h = 2.1h$

（3）　弾性座屈荷重

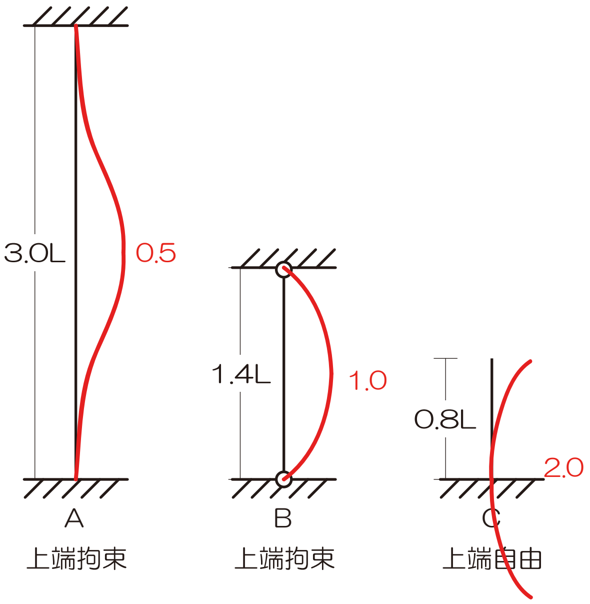
■　弾性座屈荷重とは

➢　座屈が生じ始める荷重、これ以上の荷重がかかるとアウト、弾性座屈荷重が大きい部材ほど座屈し難い（強い）

□　$N_k = \dfrac{\pi^2 EI}{l_k^2}$　　N_k …弾性座屈荷重、E …ヤング係数、I …断面２次モーメント、l_k …座屈長さ

★基礎徹底 18★　弾性座屈荷重

★Q18★　以下の構造物の弾性座屈荷重の大小を比較してみましょう



1）上端の移動をチェック

2）支点の形状をチェック

3）上記２点より座屈の状況を図示

4）座屈の状況より座屈長さを算定

5）弾性座屈荷重の大小を比較

各柱の座屈長さを求める

$$l_{kA} = 0.5 \times 3.0L = 1.5L$$
$$l_{kB} = 1.0 \times 1.4L = 1.4L$$
$$l_{kC} = 2.0 \times 0.8L = 1.6L$$

座屈長さの大小は　$l_{kB} < l_{kA} < l_{kC}$

ゆえに　$P_B > P_A > P_C$

$P_B > P_A > P_C$

『解法 15』座屈『教科書：□P70/Q3、□P71/Q4、□P72/Q5、□P72/Q6、□P73/Q7、□P74/Q8』

【問題集：□P312/Q13、□P312/Q12、□P313/Q11、□P314/Q10、□P314/Q09、□P315/Q08、□P315/Q07】

図のような材の長さおよび材端の支持条件が異なる柱 A・B・C の弾性座屈荷重の大小を比較せよ。ただし、すべての柱は等質等断面とする。

『過去問解法手順 15』座屈

1）上端の移動をチェック

2）支点の形状をチェック

3）上記２点より座屈の状況を図示

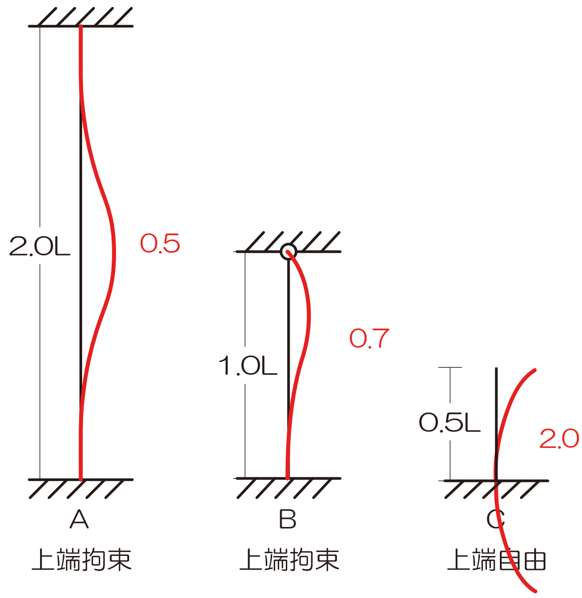
4）座屈の状況より座屈長さを算定

$$l_{kA} = 0.5 \times 2.0L = 1.0L$$
$$l_{kB} = 0.7 \times 1.0L = 0.7L$$
$$l_{kC} = 2.0 \times 0.5L = 1.0L$$

$_{kB} < l_{kA} = l_{kC}$

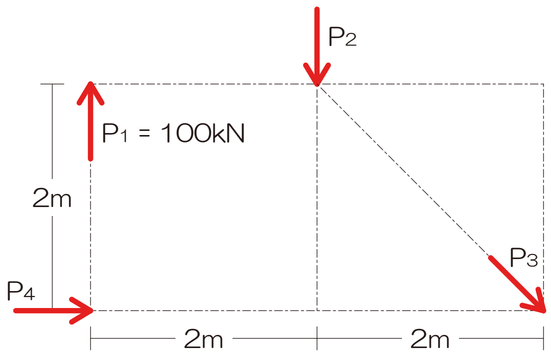
5）弾性座屈荷重の大小を比較

$P_B > P_A = P_C$



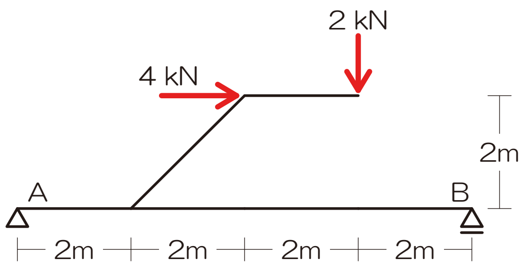
$P_B > P_A = P_C$

【問 1】以下の４つの荷重がつり合っている場合、未知力 P_2・P_3・P_4 を求めよ。



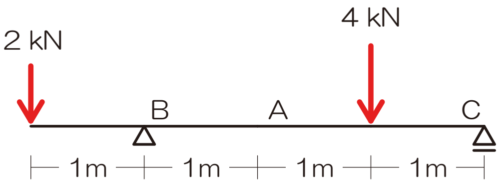
$$P_2 = 200[kN]、\ P_3 = -100\sqrt{2}[kN]、\ P_4 = 100[kN]$$

【問 2】以下の構造物の各支点の反力を求めよ。



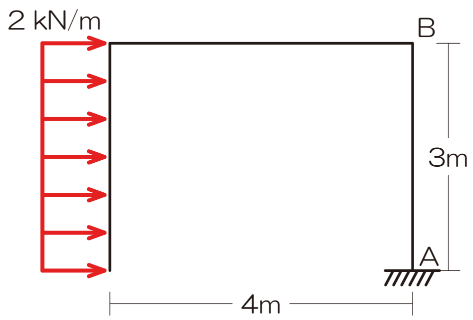
$$V_A = -\frac{1}{2}[kN]、\ V_B = \frac{5}{2}[kN]、\ H_A = -4[kN]$$

【問 3】以下の構造物の A 点における曲げモーメントを求めよ。



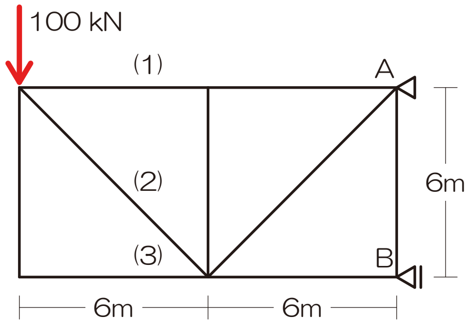
$M_A = 0[kNm]$

【問 4】以下の構造物の B 点における曲げモーメントを求めよ。



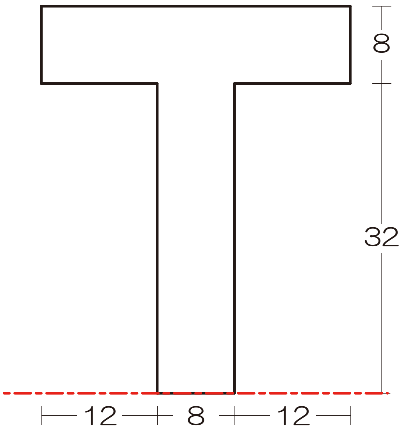
$M_B = 9[kNm]$

【問 5】以下の（1）～（3）の各点の曲げモーメントを求めよ。



$N_{(1)} = 100[kN]$、 $N_{(2)} = -100\sqrt{2}[kN]$、 $N_{(3)} = 0[kN]$

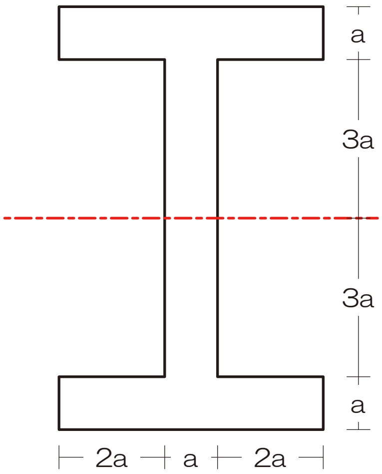
【問 6】以下の断面の「図心」の位置を求めよ。



解答：底部より 26

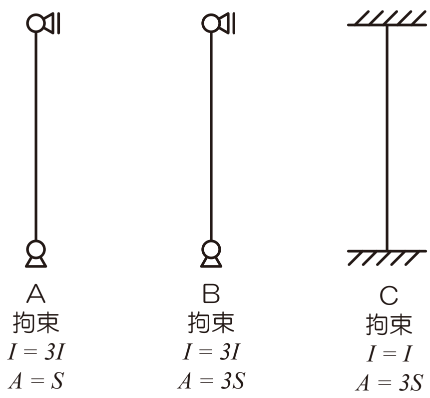
Ref. 全日本建築士会、
二級建築士合格セミナー
建築構造、オーム社

【問 7】以下の断面の示された軸における「断面２次モーメント」および縁部分の「断面係数」をそれぞれ求めよ。



解答：$I = 424a^4/3$、$Z = 106a^3/3$

【問 8】以下の各柱における「座屈荷重」を求めよ。ただし、上端の支持条件、各部材の断面形状等を以下に示すものとする（Ｉ…断面２次モーメント、Ａ…断面積）。また各部材の長さをｈ、ヤング係数は共通でＥとする。（H9）



解答：$N_{kA} = 3\pi^2EI/(h^2)$、$N_{kB} = 3\pi^2EI/(h^2)$、$N_{kC} = 4\pi^2EI/(h^2)$

【解答】

【問 1】ターゲット以外の未知力の作用線の関係に注目ですね

1） 求めたい未知力（ターゲット）を○チェック

2） ターゲット以外の未知力を△チェック

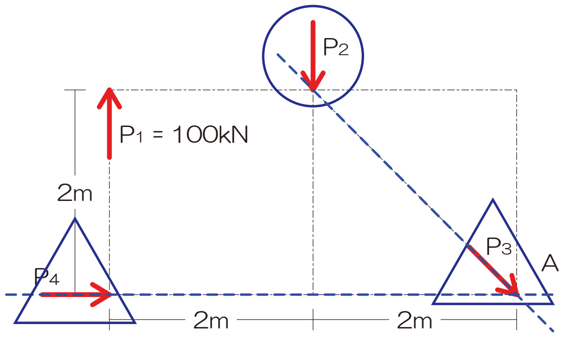
3） ターゲット以外の未知力の作用線を図示

4） 上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメントに着目（$M_O=0$）、平行なら⇒直行する軸のつり合いに着目（$\sum Y=0$ もしくは $\sum X=0$）

P_2 を求める ⇒ ターゲット以外の未知力が交差

P_3 と P_4 の交点に着目

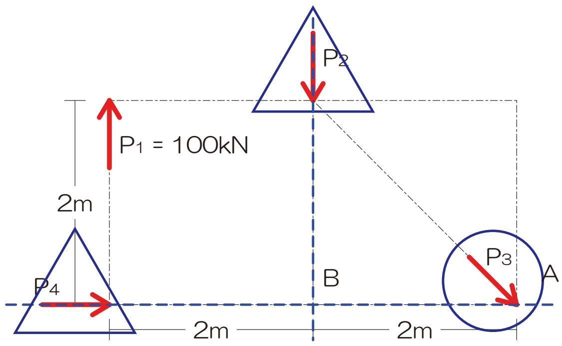
$$M_A=+100\times4-P_2\times2=0$$
$$P_2=200[kN]$$



P_3 を求める ⇒ ターゲット以外の未知力が交差

P_2 と P_4 の交点に着目

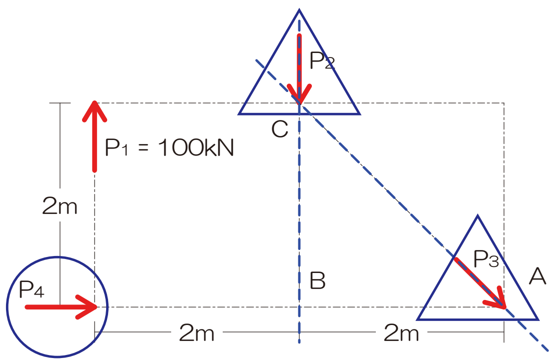
$$M_B=+100\times2+P_3y\times2=0$$
$$+100\times2+\frac{P_3}{\sqrt{2}}\times2=0$$
$$P_3=-100\sqrt{2}[kN]$$



P_4 を求める ⇒ ターゲット以外の未知力が交差

P_2 と P_3 の交点に着目

$$M_C=+100\times2-P_4\times2=0$$
$$P_4=100[kN]$$



Ref. 全日本建築士会、
二級建築士合格セミナー
建築構造、オーム社

【問 2】反力を図示からのカのつり合いですね

1） 生じる可能性のある反力を図示

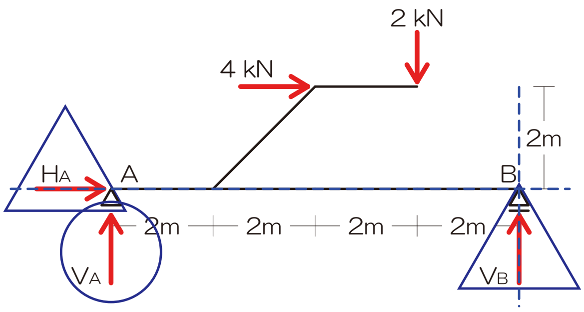
2） 求めたい未知力（ターゲット）を○チェック

3） ターゲット以外の未知力を△チェック

4） ターゲット以外の未知力の作用線を図示

5） 上記作用線が交差するなら⇒交点のモーメントに着目、交差しないなら⇒直行する軸のつり合いに着目

6） 残りの反力はそれ以外のカードを用いて求める

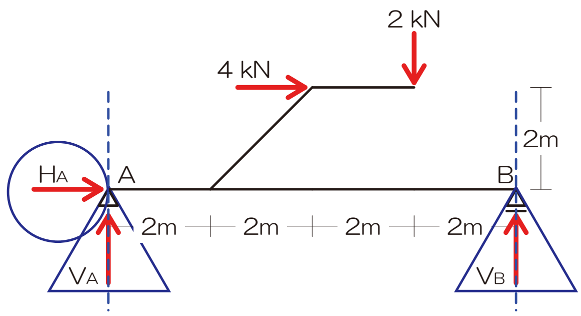


V_Aを求める ⇒ H_AとV_Bの交点に着目

$$M_B = +V_A \times 8 + 4 \times 2 - 2 \times 2 = 0$$
$$V_A = -\frac{1}{2}[kN]$$

H_Aを求める ⇒ 水平方向の力のつり合いに着目

$$\sum X = +H_A + 4 = 0$$
$$H_A = -4[kN]$$



V_Bを求める ⇒ 鉛直方向の力のつり合いに着目

$$\sum Y = +V_A + V_B - 2 = 0$$
$$-\frac{1}{2} + V_B - 2 = 0$$
$$V_B = \frac{5}{2}[kN]$$

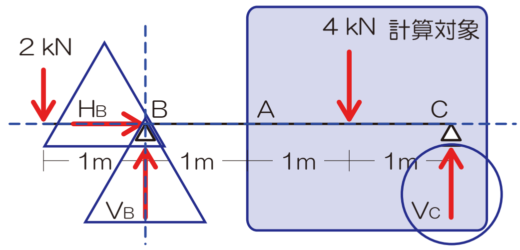
【問 3】ますは応力を求める点で【切断】⇒【選択】

1）生じる可能性のある反力を図示

2）応力を求めたい点で構造体を【切断】！

3）計算対象を【選択】 ⇒ 計算対象は右側

4）もし、未知力が入っていたら、未知力を求める



V_Cを求める ⇒ H_BとV_Bの交点に着目

$$M_B = -2 \times 1 + 4 \times 2 - V_C \times 3 = 0$$
$$V_C = 2[kN]$$

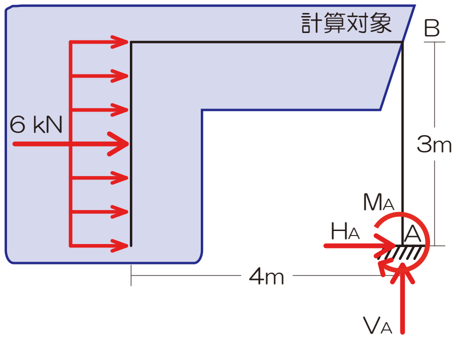
5）せん断力は軸に対して鉛直な力、軸方向力は軸に平行な力、曲げモーメントはとにかく計算対象側全部の力

A 点の曲げモーメントは

$$M_A = +4 \times 1 - V_C \times 2$$
$$M_A = +4 \times 1 - 2 \times 2$$
$$M_A = 0[kNm]$$

【問 4】片持ち意地でも支点が入らない側を選択しましょう

切断、計算対象は左



B 点の曲げモーメントは

$$M_B = -6 \times \frac{3}{2}$$
$$M_B = -9$$
$$M_B = 9[kNm]$$

【問 5】切断法を用いましょう（支点が無い方を選択ですよ）

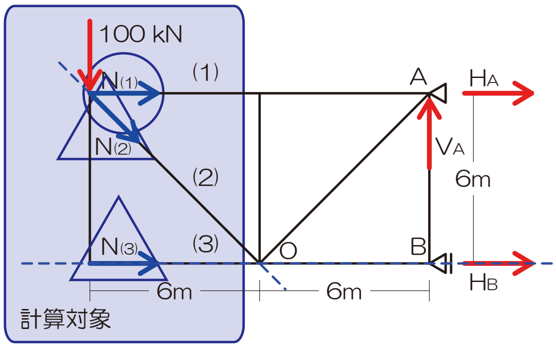
1）反力を図示

2）【切断】面を決定　⇒　計算対象側を【選択】

⇒　左とする

3）切断された部材内の応力を仮定

4）力のつり合いにて未知力を算定

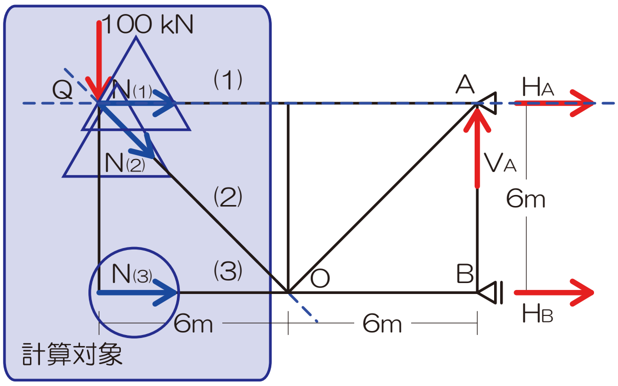


⇒　N(1) を求める　⇒　交点 O に着目

$$M_O = +N_{(1)} \times 6 - 100 \times 6 = 0$$
$$N_{(1)} = 100[kN]$$

⇒　N(3) を求める　⇒　交点 Q に着目

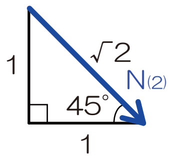
$$M_Q = 100 \times 0 - N_{(3)} \times 6 = 0$$
$$N_{(3)} = 0[kN]$$



⇒　N(2) を求める　⇒　鉛直方向の力のつり合い

N(2) を縦・横に分力

$$N_{(2)Y} = N_{(2)} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$



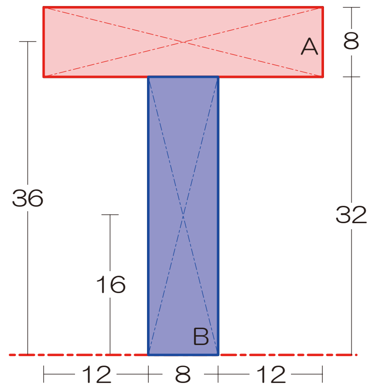
鉛直方向の力のつり合いより

$$\sum Y = -N_{(2)Y} - 100 = 0$$
$$-N_{(2)Y} = 100$$
$$-N_{(2)} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 100$$
$$N_{(2)} = -100\sqrt{2}[kN]$$

【問 6】 対象軸を決定の後、断面を分割して考えましょう

1）軸を確認（今回は底部）

2）矩形（長方形）に分割 ⇒ 右図



3）断面全体の断面 1 次モーメントを求める

青部分の断面 1 次モーメントは

$$S_A = A_A \times y_A$$
$$S_A = (32 \times 8) \times 16$$

このまま放置（計算しない）

赤部分の断面 1 次モーメントは

$$S_B = A_B \times y_B$$
$$S_B = (8 \times 32) \times 36$$

←上に同じ

4）断面 1 次モーメントの合計を全断面積で除す

全体の断面積は

$$A_{All} = (8 \times 32) + (32 \times 8)$$

図心の位置を求める（公式に代入）

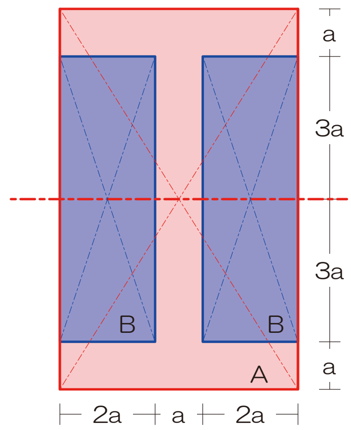
$$y = \frac{S_A + S_B}{A_A + A_B}$$
$$y = \frac{(32 \times 8) \times 16 + (8 \times 32) \times 36}{(8 \times 32) + (32 \times 8)}$$
$$y = \frac{(32 \times 8)(16 + 36)}{(32 \times 8) \times 2}$$
$$y = \frac{16 + 36}{2}$$
$$y = 26$$

【問 7】 複雑な断面は分割し考える（分割図形の軸は揃えてね！）

1）軸を確認

2）図心が等しくなるように断面を分割 ⇒ 右図

3）各断面の断面 2 次モーメントを求め足し引き



断面 2 次モーメントを求める

$$I = I_A - I_B \times 2$$

$$I_A = \frac{5a \times 8a \times 8a \times 8a}{12}$$
$$I_A = \frac{640}{3} a^4$$

$$I_B = \frac{2a \times 6a \times 6a \times 6a}{12}$$
$$I_B = 36a^4$$

$$I = \frac{640}{3} a^4 - 36a^4 \times 2$$
$$I = \frac{424}{3} a^4$$

3）断面係数は断面二次 M をせいの半分で除す

断面係数を求める

$$Z = \frac{I}{y/2}$$
$$Z = \frac{424}{3} a^4 \times \frac{2}{8a}$$
$$Z = \frac{106}{3} a^3$$

【問８】　ヒッカケ問題です…断面積は関係ないですね

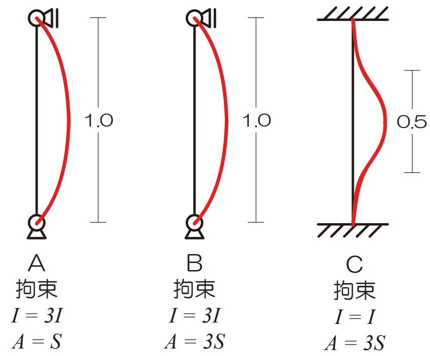
1）上端の移動をチェック

2）支点の形状をチェック　⇒　右図

3）上記２点より座屈の状況を図示

4）座屈の状況より座屈長さを算定

$$l_{kA} = 1.0 \times h = 1.0h$$
$$l_{kB} = 1.0 \times h = 1.0L$$
$$l_{kC} = 0.5 \times h = 0.5L$$



5）弾性座屈荷重の大小を求める

$$N_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$ より

$$N_{kA} = \frac{\pi^2 E3I}{(h)^2} = \frac{3\pi^2 EI}{h^2}$$
$$N_{kB} = \frac{\pi^2 E3I}{(h)^2} = \frac{3\pi^2 EI}{h^2}$$
$$N_{kC} = \frac{\pi^2 EI}{(0.5h)^2} = \frac{\pi^2 EI}{(\frac{1}{2}h)^2} = \frac{4\pi^2 EI}{h^2}$$

日々の復習をお忘れなく！

以上！

Ref. 全日本建築士会、
二級建築士合格セミナー
建築構造、オーム社