

予定	実施	演習 1	演習 1			チェック
----	----	------	------	--	--	------

1.6 応力 (ラーメン)

〔本項の目的〕

- (1) 応力は普通に解ける・・・ (小人さんの気持ちが良く分かる)
- (2) 曲げモーメント図が理解できる (現状では静定構造物のみ)
- (3) 3 ヒンジラーメンの支点反力、および応力を求めることができる

1.6.1 ラーメン構造における応力算定

『重要事項』

解法は梁と全く同じ！

応力を求める点で構造体を切断！ 計算対象を決定

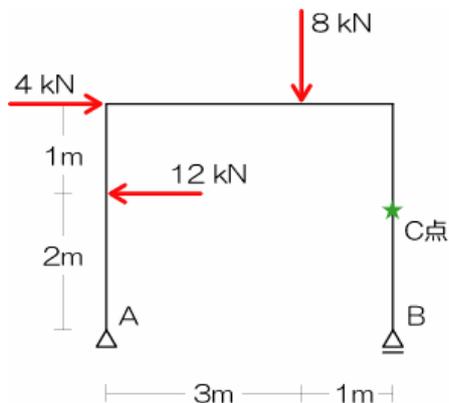
軸方向力 (N): 計算対象側の部材に平行な力を合算してください

せん断力 (Q): 計算対象側の部材に鉛直な力を合計

曲げモーメント (M): 計算対象側の全ての力によるモーメントを合計

《解法手順》

以下の構造体の C 点における各応力を求めてみましょう



- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で構造体を切断！
- 3) 計算対象を決定 (計算対象とならなかった力は応力算定時には完全シカトすること！)
- 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力 (通常は反力だね) を求める 図は 1) に戻るよ！)
- 5) せん断力は軸に対して鉛直な全ての力が対象、軸方向力は軸に平行な力の全て、曲げモーメントはとにかく計算対象側全部の力

『解答』

右側を対象としました

軸方向力 部材に平行な力 VB のみ

$$N_C = -V_B = -3[kN]$$

せん断力 部材に鉛直な力 なし

$$Q_C = 0[kN]$$

曲げモーメント 全ての力 VB のみ

$$M_C = V_B \times 0 = 0[kNm]$$

詳細な解説はサイトをチェック

【ポイント】

梁の算定方法と「全く」同じ

応力を求める場合には、応力を求めたい点で構造物を切断！ 計算対象は片側のみ

軸方向力 (N) は部材に平行な力、せん断力 (Q) は部材に鉛直な力、曲げモーメント (M) は対象全ての力

予定	実施	演習 1	演習 1			チェック
----	----	------	------	--	--	------

1.6.2 曲げモーメント図

『重要事項』

切断！ 計算対象を決定、の流れは応力算定と同じ

建築士の試験の際に出題される項目は曲げモーメント図のみ（せん断力図・軸方向力図はなし）

『クルクルドンの解法』

クルクルドンは「曲げモーメント図」の書き方です

M 図は「引張側（応力度的）に書くこと」って決まりがあります

「クルクルドン」をしなければならない点 **支点・節点・荷重の加わっている点** これらの点をつなげると M 図完成

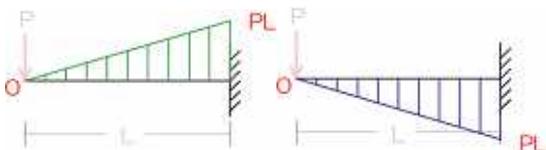
以下の片持ち梁で説明してみます



A 点と B 点の曲げモーメントは以下です



問題となるのは、M 図を上を書くか？下を書くか？



そこで「クルクルドン」の登場

- 1) 荷重 P により、B 点に曲げモーメントが発生、そこで B 点に注目し、上？下？を検討する

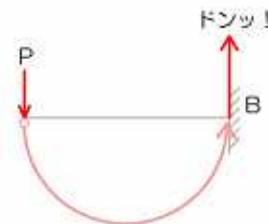
- 2) 荷重 P の作用点をスタート



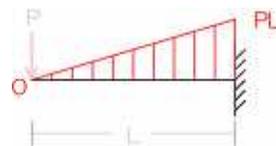
- 3) ゴールを曲げモーメントを求める点(今回は B 点)とし、「クルクル」



- 4) 上記クルクルによって、応力を求めたい点 (B 点) がすっ飛ばされる方に「ドンッ！」



- 5) 「ドンッ！」って飛ばされた方に応力の分布図を示す



上記法則は単純梁、片持ち梁に限らずラーメン等の全ての構造物で成り立ちます

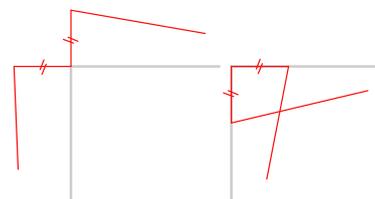
[詳細な解説・例題はサイトをチェック](#)

また、ラーメンの曲げモーメント図の場合には柱・梁の接合部に「内々・外々」なんて法則もあります

剛節点では、接合している部材に生じる「曲げモーメントの合計が必ず 0」になります

曲げモーメントが等しい、ってことは？

図を書いたときに応力の値を示す線分の長さが等しい、ってことになるので...以下の図のような形となります



この法則は不静定でも同じです

予定	実施	演習 1	演習 1			チェック
----	----	------	------	--	--	------

1.6.3 3 ヒンジラーメン

『重要事項』

ヒンジって? : ピンのこと、具体的には支点ではピン支点、節点ではピン節点(滑節点)が相当

3 ヒンジラーメンとは : 構造物に 3 つのヒンジが付随するもの

支点がピン+ピン、さらにピン節点が 1 つある構造体のこと

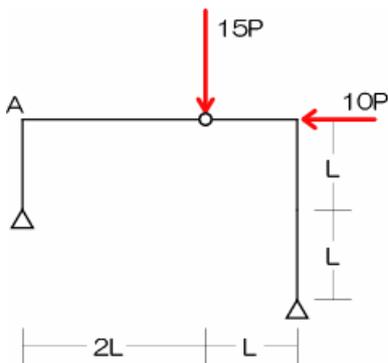
反力が 4 つとなり、力の釣り合い三式のみでは、反力を求めることができません!

じゃ、どうすんの!?

ピンでは曲げモーメントが必ず 0 になる(回転できちゃうので回転の抵抗力は発生せず)って情報を使います

《解法手順》

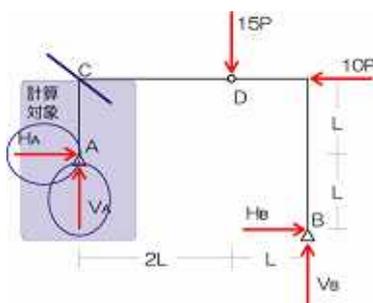
以下の構造体の C 点における曲げモーメントを求めてみましょう



- 1) 生じる可能性のある反力を図示
 - 2) 応力を求めたい点で構造体を切断!
 - 3) 計算対象を決定(計算対象とならなかった力は応力算定時には完全シカトすること!)
 - 4) もし、未知力が入っていたら、ここでようやく未知力(通常は反力だね)を求める 図は 1) に戻るよ!
- 通常の釣り合い三式のみでは 4 つの反力には太刀打ち不可
D 点がヒンジなので、その点の曲げモーメント = 0 を使用
- 5) 曲げモーメントは計算対象側全部の力

『解説』

上記 3) を以下に示す(計算対象は左に設定)



C 点の曲げモーメントは $M_C = V_A \times 0 - H_A \times L$ より

H_A さえ分かれば、求められるんだな

ではピンポイントで H_A を求めよう!

そこで、以下の 2 式の連立方程式より H_A を求めます

式 2 : B 点のモーメント

$$M_B = +V_A \times 3L + H_A \times L - 15P \times L - 10P \times 2L = 0$$

【ポイント】

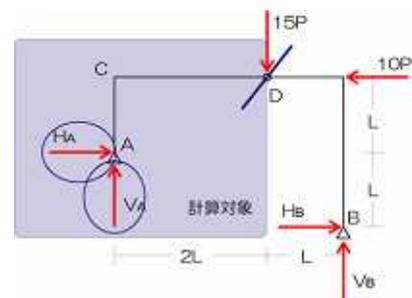
支点がピン+ピンなので、反力が 4 つです(釣り合い三式のみでは反力を求めることはできません)

「ピン節点では曲げモーメントが 0 になる」を追加して、情報を 1 つ増やしましょう

式 3 : D 点の曲げモーメント(応力)以下の図参照

$$M_{D\text{左}} = +V_A \times 2L - H_A \times L = 0$$

$$V_A = \frac{H_A}{2}$$



式 3 の結果を式 2 に代入(連立方程式ってことね)

$$+\frac{H_A}{2} \times 3L + H_A L - 35PL = 0$$

$$H_A = 14P$$

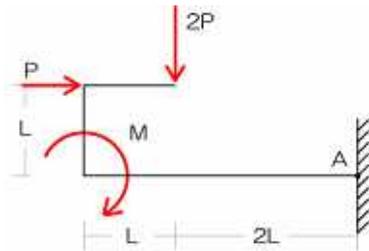
$M_C = V_A \times 0 - H_A \times L$ に上記値を代入

$$M_C = 14PL$$

予定	実施	演習 1	演習 1			チェック
----	----	------	------	--	--	------

[演習問題]

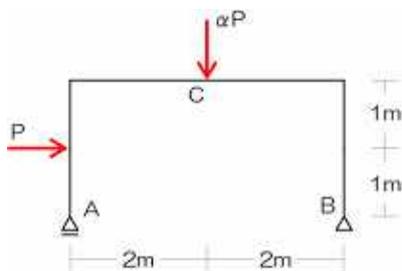
【演習31】 以下の構造体において、A 点に曲げモーメントが生じない場合の M の値を求めよ。



ヒント

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で切断！
A 点で切断
- 3) 計算対象を決定
対象は左
- 4) 未知力があつたら未知力算定
未知力無し
- 5) せん断力：鉛直な力、軸方向力：平行な力、曲げモーメント：全部
曲げモーメントなので、 $2P \cdot P \cdot M$ が計算対象

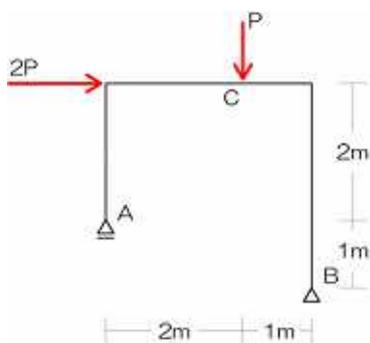
【演習32】 以下の構造体において、C 点に曲げモーメントが生じない場合の α の値を求めよ。



ヒント

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で切断！
C 点で切断
- 3) 計算対象を決定
対象は右（左でも良いです）
- 4) 未知力があつたら未知力算定
VB と HB を求める
- 5) せん断力：鉛直な力、軸方向力：平行な力、曲げモーメント：全部
曲げモーメントなので、VB と HB が計算対象

【演習33】 以下の構造体の曲げモーメント図を示せ。

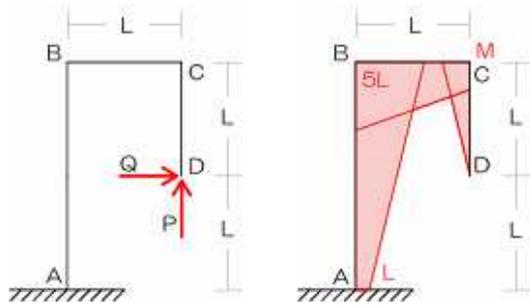


ヒント

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) クルクルドンをしなければならない点をチェック
支点 $\times 2$ 、節点 $\times 2$ 、荷重点 1
- 3) 両柱の M 図（ラーメンは柱から）
節点での内々々々も忘れずに
- 4) C 点の曲げモーメントを求める
- 5) C 点で切断！
- 6) 計算対象を決定
対象は右
- 7) 未知力があつたら未知力算定
VB と HB を求める
- 5) せん断力：鉛直な力、軸方向力：平行な力、曲げモーメント：全部
曲げモーメントなので、VB と HB が計算対象

予定	実施	演習 1	演習 1			チェック
----	----	------	------	--	--	------

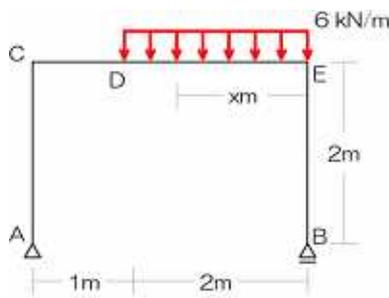
【演習34】 左図のような構造体に、荷重 $P \cdot Q$ がかかっている場合の、曲げモーメント図が右図である場合の、C 点の曲げモーメントの値 (M) を求めよ。



ヒント

- 1) C 点で切断、対象は右
Q さえ分かれば解けるのにな...
以降、Q を求める
- 2) M 図から B 点 ($5L$)、A 点 (L) の曲げモーメントの情報を入力
- 3) B 点の曲げモーメントを荷重条件より算定
 $5L$ になる
- 4) A 点の曲げモーメントを荷重条件より算定
 L になる
- 5) 2) 3) より $P \cdot Q$ を求める (連立方程式)
- 6) 1) の式に Q の値を代入

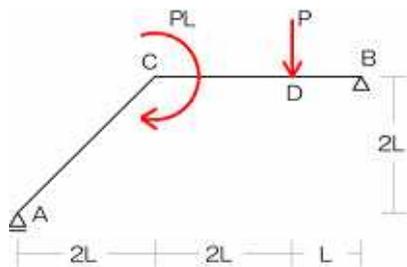
【演習35】 以下の構造体の DE 間において、せん断力が 0 となる場合の点の位置 (x の値) を求めよ。



ヒント

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で切断!
X 点で切断
- 3) 計算対象を決定
対象は右
- 4) 未知力があつたら未知力算定
対象は VB を求める
- 5) せん断力: 鉛直な力、軸方向力: 平行な力、曲げモーメント: 全部
VB と X 点までの分布荷重が X 点へのせん断力

【演習36】 以下の構造体における D 点の曲げモーメントの値を求めよ。

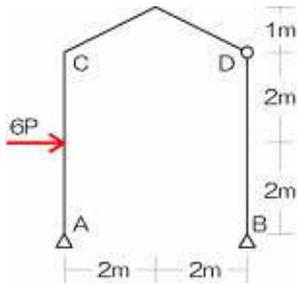


ヒント

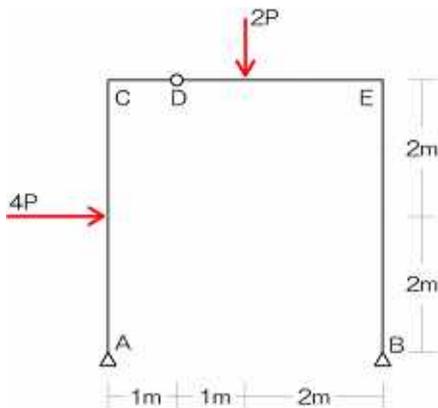
- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で切断!
D 点で切断
- 3) 計算対象を決定
対象は右
- 4) 未知力があつたら未知力算定
VB と HB
HB は暗算で良いや
- 5) せん断力: 鉛直な力、軸方向力: 平行な力、曲げモーメント: 全部
対象は VB のみ ($HB = 0$ だし)

予定	実施	演習 1	演習 1			チェック
----	----	------	------	--	--	------

【演習37】 以下の3ヒンジラーメンにおけるC点の曲げモーメントの値を求めよ。



【演習38】 以下の3ヒンジラーメンにおけるE点の曲げモーメントの値を求めよ。



ヒント

進められるところまでは通常の応力と一緒に反力算定が面倒です

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で切断！
C点で切断
対象は左
- 3) 計算対象を決定
対象は左
- 4) 未知力があつたら未知力算定
VA と HA
未知力が 4 つある...
- 5) 3 ヒンジラーメンの反力
ヒンジ点 (D 点) の $M=0$ を用いる
- 6) せん断力：鉛直な力、軸方向力：平行な力、曲げモーメント：全部
VA と HA と 6P

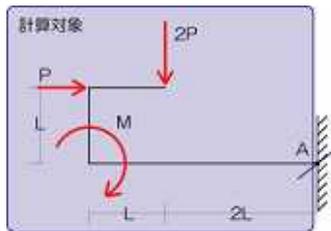
ヒント

進められるところまでは通常の応力と一緒に反力算定が面倒です

- 1) 生じる可能性のある反力を図示
- 2) 応力を求めたい点で切断！
E点で切断
対象は右
- 3) 計算対象を決定
対象は右
- 4) 未知力があつたら未知力算定
VB と HB
未知力が 4 つある...
- 5) 3 ヒンジラーメンの反力
ヒンジ点 (D 点) の $M=0$ を用いる
- 6) せん断力：鉛直な力、軸方向力：平行な力、曲げモーメント：全部
VB と HB

予定	実施	演習 1	演習 1			チェック
----	----	------	------	--	--	------

【演習 31】 切断、左側を対象

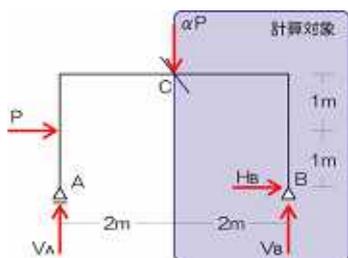


点Aの曲げモーメントが0になるためには

$$M_A = -2P \times 2L + P \times L + M = 0$$

$$M = 3PL$$

【演習 32】 右で（左でも良いね、反力1ヶだから）



計算対象側の未知力は V_B と H_B

反力 V_B を求める

$$\sum M_A = +P \times 1 + \alpha P \times 2 - V_B \times 4 = 0$$

$$V_B = \frac{1}{4}(P + 2\alpha P)$$

反力 H_B を求める

$$\sum X = P + H_B = 0$$

$$H_B = -P$$

C 点の曲げモーメントは

$$M_C = -H_B \times 2 - V_B \times 2$$

$$M_C = -(-P) \times 2 - \frac{1}{4}(P + 2\alpha P) \times 2$$

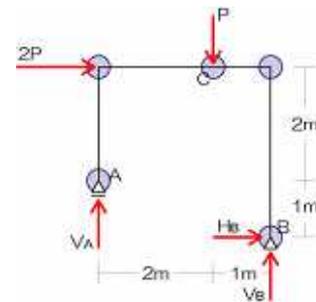
C 点の曲げモーメントが 0 になるためには

$$0 = -(-P) \times 2 - \frac{1}{4}(P + 2\alpha P) \times 2$$

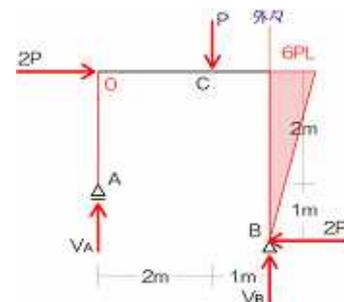
$$0 = \frac{3P}{2} - \alpha P$$

$$\alpha = \frac{3}{2}$$

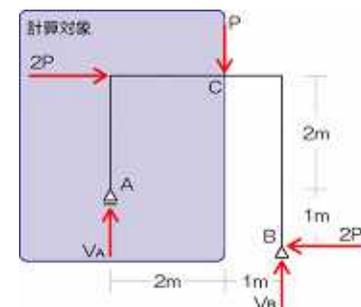
【演習 33】 まずは、クルクルドンをしなければならない点（自由端・支点・節点・荷重点）をチェック



まずは右の柱 下端は $M = 0$ 、上端は水平反力により $M = 6PL$
 左の柱は水平方向の荷重・反力が無いので全て 0



次は梁、C 点の曲げモーメントを求める、切断対象左



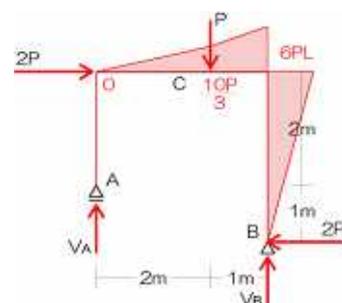
未知力 V_A を求める

$$\sum M_B = +V_A \times 3 + 2P \times 2 - P \times 1 = 0$$

$$V_A = -\frac{5P}{3}$$

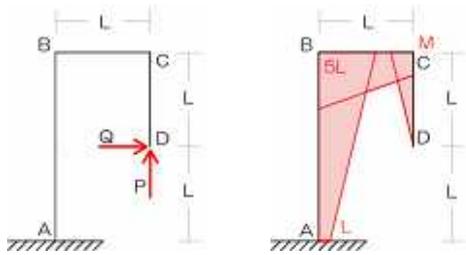
C 点の曲げモーメントは

$$M_C = -\frac{5P}{3} \times 2 = -\frac{10P}{3} \quad \text{まとめると クルクルドンしてね}$$



予定	実施	演習 1	演習 1			チェック
----	----	------	------	--	--	------

【演習 34】 C 点の曲げモーメントは $M_C = -Q \times L$ となるので(切断右下を対象) Q の値が求められれば問題クリア



P・Q を求める際に、使える情報は 1) B 点の曲げモーメントが 5L、
2) A 点の曲げモーメントが L

荷重条件より B 点の曲げモーメントを求める

$$M_B = P \times L + Q \times L$$

M 図より B 点の曲げモーメントは 5L だから

$$M_B = P \times L + Q \times L = 5L \quad \text{式 1}$$

$$P + Q = 5$$

同様に A 点の曲げモーメントは L だから

$$M_A = P \times L - Q \times L = L \quad \text{式 2}$$

$$P - Q = 1$$

ただし、曲げモーメントは絶対値がついてしまうので、上式の答えは -1 もしくは 1 のいずれか...

A 点は右に飛んでいるので、クルクルドンでチェックすると...

絶対に $P > Q$

式 2 を変形

$$P - Q = 1 \quad \text{式 3}$$

$$P = Q + 1$$

式 3 を式 1 に代入

$$Q + 1 + Q = 5$$

$$Q = 2$$

最初の式 $M_C = -Q \times L$ に代入

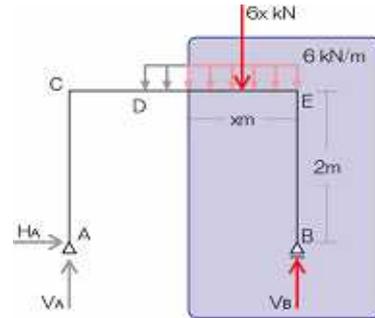
$$M_C = -Q \times L$$

$$|M_C| = 2L$$

どうでしょう？良い問題？面倒でしょ？

オリジナルです、笑

【演習 35】 切断、計算対象は右、分布荷重の扱いに注意！



計算対象エリアに囲まれた範囲をチェック

分布荷重の途中までが計算対象になるので注意！

反力 V_B を求める必要がある

$$M_A = +(6 \times 2) \times 2 - V_B \times 3 = 0$$

$$V_B = 8$$

上記の図に示すように、DE 間の途中の点までの距離を x とすると、その範囲分の分布荷重は $6x$ となる

X 点(せん断力が 0 になる点)のせん断力を求めると

$$Q_X = -6x + V_B$$

$$Q_X = -6x + 8$$

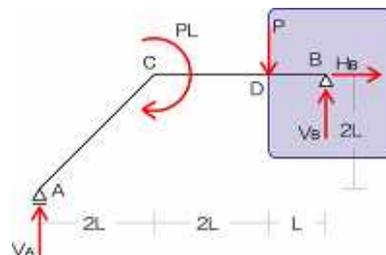
上式が 0 になるためには

$$Q_X = -6x + 8 = 0$$

$$6x = 8$$

$$x = \frac{4}{3}$$

【演習 36】 切断、計算対象は右



反力 V_B を求める必要がある (H_B は 0 ね、水平方向の荷重ないから)

$$M_A = PL + P \times 4L - V_B \times 5 = 0$$

$$V_B = P$$

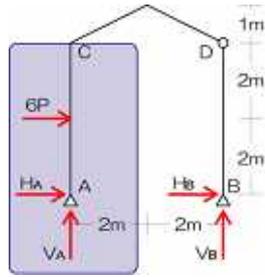
したがって、

$$M_D = V_B \times L$$

$$M_D = PL$$

予定	実施	演習 1	演習 1			チェック
----	----	------	------	--	--	------

【演習 37】 切断、左ですが...3 ヒンジラーメンです



C 点の曲げモーメントを求めるためには

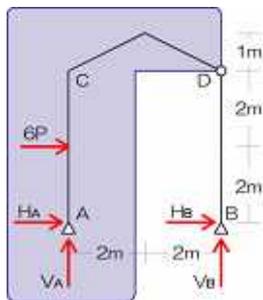
$M_C = -H_A \times 4 - 6 \times 2$ (式 1) より、 H_A を求める必要がある

B 点のモーメント

$$\sum M_B = +V_A \times 4 + 6 \times 2 = 0$$

$$V_A = -3$$

さらにヒンジ点 D の曲げモーメントに注目すると



$M_D = +V_A \times 4 - H_A \times 4 - 6 \times 2 = 0$ より $V_A = -3$ を代入

$$-3 \times 4 - H_A \times 4 - 6 \times 2 = 0$$

$$H_A = -6$$

したがって、 $M_C = -H_A \times 4 - 6 \times 2$ (式 1) に $H_A = -6$ を代入

$$M_C = -(-6) \times 4 - 6 \times 2$$

$$M_C = 12$$

実は...この問題は瞬殺なんです

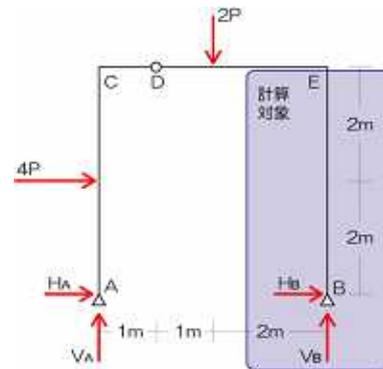
右の柱に注目すると、下端はピン支点なので曲げモーメントは 0、また上端もピン節点だから、コチラも $M = 0$ 柱の上下端が 0 なので柱全体も 0 H_B が 0 でないと柱の $M = 0$ は不成立 H_B が 0 ならば、水平方向の力の釣り合より $H_A = -6$ したがって、

$$M_C = -(-6) \times 4 - 6 \times 2$$

$$M_C = 12$$

以上

【演習 38】 切断、右ですが...3 ヒンジラーメンです



E 点の曲げモーメントを求めるためには

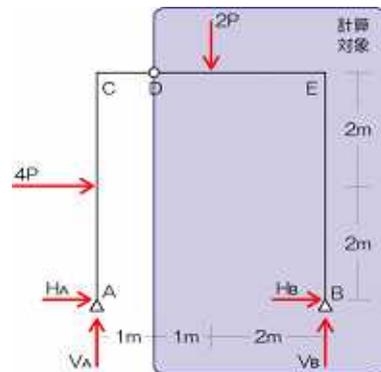
$M_E = -H_B \times 4$ (式 1) より、 H_B を求める必要がある

A 点のモーメント

$$\sum M_A = +4P \times 2 + 2P \times 2 - V_B \times 4 = 0$$

$$V_B = 3P$$

さらにヒンジ点 D の曲げモーメントに注目すると



$M_D = +2P \times 1 - H_B \times 4 - V_B \times 3 = 0$ より $V_B = 3P$ を代入

$$2P - 4H_B - 9P = 0$$

$$H_B = -\frac{7P}{4} \quad \text{式 2}$$

したがって、 $M_E = -H_B \times 4$ (式 1) に式 2 を代入

$$M_E = -(-\frac{7P}{4}) \times 4$$

$$M_E = 7P$$